

# PROGRAMA BASERIGIDA PARA EL ANÁLISIS SÍSMICO EN EL TIEMPO DE ESTRUCTURAS ESPACIALES CON BASE EMPOTRADA

Roberto Aguiar Falconí<sup>(1)</sup> y Cristina Carrillo Trujillo<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Centro de Investigaciones Científicas  
Escuela Politécnica del Ejército  
[raguiar@espe.edu.ec](mailto:raguiar@espe.edu.ec)

<sup>(2)</sup>Carrera de ingeniería Civil  
Escuela Politécnica del Ejército  
[polmmm@hotmail.com](mailto:polmmm@hotmail.com)

## RESUMEN

Se presenta el programa denominado **BASERIGIDA**, elaborado en MATLAB que sirve para encontrar la respuesta en el tiempo de estructuras espaciales, con base empotrada, considerando tres grados de libertad por planta. El usuario tiene la opción de seleccionar si desea la respuesta en desplazamientos o en fuerzas, en los pórticos extremos de los pórticos.

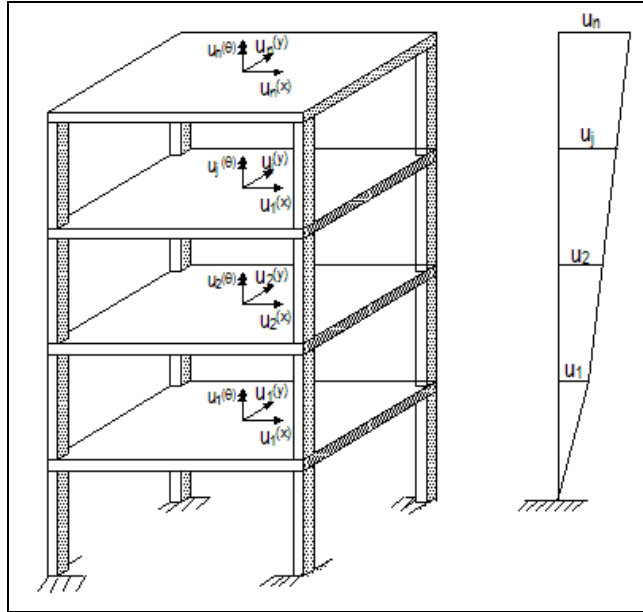
De igual forma puede pedir la respuesta para todo el tiempo de duración del sismo o para cierto intervalo. En ésta último opción se visualiza mejor la respuesta para el intervalo seleccionado.

## 1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de encontrar la respuesta en el tiempo, en desplazamientos o en fuerzas, de los pórticos extremos de una estructura espacial, es para analizar el acoplamiento entre el desplazamiento lateral y la torsión en estructuras irregulares. Por ahora, se presenta únicamente el programa de computación denominado **BASERIGIDA** y lo que interesa es que el lector conozca la teoría con el cual está hecho el programa y sepa utilizarlo en forma adecuada.

El objetivo que se persigue a futuro es ver como influyen los aisladores de base en el comportamiento estructural de edificios irregulares. Para ello se necesita conocer en primer lugar su comportamiento con base empotrada, para comparar este comportamiento con el de estructuras con aisladores de base. Por este motivo se utiliza la nomenclatura que se ha venido desarrollando en el análisis sísmico de estructuras con aisladores de base. Aguiar (2007, 1).

Se considera que la estructura es completamente rígida en su plano, es decir no se alarga ni se achica como tampoco trabaja a flexión. Sólo puede desplazarse horizontalmente en las dos direcciones X,Y y rotar con respecto a un eje perpendicular a la losa, con respecto al eje Z. Todo esto como cuerpo rígido. En la figura 1, se indican los grados de libertad considerados en el análisis sísmico.



**Figura 1** Grados de libertad considerados en el estudio

Se denomina  $u$  al vector que contiene a los grados de libertad del modelo numérico de análisis, adoptado. El mismo que está compuesto por los sub vectores  $\bar{u}^{(x)}$  que contiene todos los desplazamientos horizontales en sentido X, medidos desde el primer piso hasta el último piso;  $\bar{u}^{(y)}$  que contiene los desplazamientos horizontales en sentido Y, y por último  $\bar{u}^{(\theta)}$  que contiene las rotaciones de piso (torsión).

$$\begin{array}{cccc}
 \bar{u}^{(x)} & u_1^{(x)} & u_1^{(y)} & u_1^{(\theta)} \\
 \bar{u}^{(y)} & u_2^{(x)} & u_2^{(y)} & u_2^{(\theta)} \\
 & \dots & \dots & \dots \\
 \bar{u}^{(\theta)} & u_n^{(x)} & u_n^{(y)} & u_n^{(\theta)} \\
 \dot{\bar{u}} & \dot{u}_1^{(x)} & \dot{u}_1^{(y)} & \dot{u}_1^{(\theta)} \\
 \text{righ} & \dot{u}_2^{(x)} & \dot{u}_2^{(y)} & \dot{u}_2^{(\theta)} \\
 \dot{\bar{u}} & \dot{u}_n^{(x)} & \dot{u}_n^{(y)} & \dot{u}_n^{(\theta)} \\
 \dot{\bar{u}} & \dot{u}_1^{(x)} & \dot{u}_1^{(y)} & \dot{u}_1^{(\theta)} \\
 \dot{\bar{u}} & \dot{u}_2^{(x)} & \dot{u}_2^{(y)} & \dot{u}_2^{(\theta)} \\
 \dot{\bar{u}} & \dot{u}_n^{(x)} & \dot{u}_n^{(y)} & \dot{u}_n^{(\theta)} \\
 [\dot{\bar{u}}] [\dot{\bar{u}}] \dot{\bar{u}} & [\dot{u}_1^{(x)}] [\dot{u}_1^{(y)}] \dot{u}_1^{(\theta)} & [\dot{u}_2^{(x)}] [\dot{u}_2^{(y)}] \dot{u}_2^{(\theta)} & [\dot{u}_n^{(x)}] [\dot{u}_n^{(y)}] \dot{u}_n^{(\theta)} \\
 u = \dot{\bar{u}} & \dot{u}_1^{(x)} & \dot{u}_1^{(y)} & \dot{u}_1^{(\theta)} \\
 \dot{\bar{u}} & \dot{u}_2^{(x)} & \dot{u}_2^{(y)} & \dot{u}_2^{(\theta)} \\
 \dot{\bar{u}} & \dot{u}_n^{(x)} & \dot{u}_n^{(y)} & \dot{u}_n^{(\theta)}
 \end{array}$$

El sistema de ecuaciones diferenciales que gobierna el problema dinámico es el siguiente:

$$M^{(s)} \ddot{u} + C^{(s)} \dot{u} + K^{(s)} u = -M^{(s)} r^{(s)} \ddot{u}_g \quad (1)$$

Donde  $M^{(s)}$ ,  $C^{(s)}$ ,  $K^{(s)}$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente;  $u$ ,  $\dot{u}$ ,  $\ddot{u}$  son los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración, respectivamente;  $r^{(s)}$  es el vector que relaciona los grados de libertad con el sentido del

análisis sísmico;  $\ddot{u}_g$  es el vector que contiene la aceleración del registro para el cual se desea realizar el análisis sísmico.

Si se desea realizar un análisis sísmico en sentido X, el vector  $r^{(s)}$  transpuesto, será:  $r^{(s)t} = [\bar{1} \quad \bar{0} \quad \bar{0}]$ ; para el análisis sísmico en Y, el vector  $r^{(s)}$  es:  $r^{(s)t} = [\bar{0} \quad \bar{1} \quad \bar{0}]$ ; para encontrar la respuesta ante una componente torsional de movimiento de suelo  $r^{(s)t} = [\bar{0} \quad \bar{0} \quad \bar{1}]$ . Siendo  $\bar{0}$ ,  $\bar{1}$  los vectores compuestos por ceros y unos de orden igual al número de pisos de la estructura. Estos tres casos de posible análisis sísmico se los puede agrupar de la siguiente manera:

$$\begin{matrix}
 \bar{1} & \bar{0} & \bar{0} \\
 \bar{0} & \bar{1} & \bar{0} \\
 \bar{0} & \bar{0} & \bar{1}
 \end{matrix}
 \tag{2}$$

$\dot{\downarrow}$   
*righ*  
 $\dot{\downarrow}$   
 $\dot{\downarrow}$   
 $\dot{\downarrow}$   
 $\dot{\downarrow}$   
 $[\dot{\downarrow}][\dot{\downarrow}]\dot{\downarrow}$   
 $r^{(s)} = \dot{\downarrow} \dot{\downarrow}$   
 $\dot{\downarrow}$

## 2. MARCO TEÓRICO

La matriz de rigidez  $K^{(s)}$  para el análisis sísmico con tres grados de libertad por planta (3 gdl) es cuadrada de orden  $3 \times NP$ . Siendo NP el número de pisos y tiene la siguiente forma.

$$\begin{matrix}
 \sum_{j=1}^{NP} \text{Cos}^2 \alpha K_L^{(j)} & \sum_{j=1}^{NP} \text{Sen} \alpha \text{Cos} \alpha K_L^{(j)} & \sum_{j=1}^{NP} \text{Cos} \alpha K_L^{(j)} r^{(j)} \\
 \sum_{j=1}^{NP} \text{Sen} \alpha \text{Cos} \alpha K_L^{(j)} & \sum_{j=1}^{NP} \text{Sen}^2 \alpha K_L^{(j)} & \sum_{j=1}^{NP} \text{Sen} \alpha K_L^{(j)} r^{(j)} \\
 \sum_{i=1}^{NP} \text{Cos} \alpha K_L^{(j)} r^{(j)} & \sum_{i=1}^{NP} \text{Sen} \alpha K_L^{(j)} r^{(j)} & \sum_{i=1}^{NP} K_L^{(j)} (r^{(j)})^2
 \end{matrix}
 \tag{3}$$

$\dot{\downarrow}$   
*righ*  
 $\dot{\downarrow}$   
 $\dot{\downarrow}$   
 $\dot{\downarrow}$   
 $\dot{\downarrow}$   
 $[\dot{\downarrow}][\dot{\downarrow}]\dot{\downarrow}$   
 $K^{(s)} = \dot{\downarrow} \dot{\downarrow}$   
 $\dot{\downarrow}$

$$\begin{matrix}
 & & & & r_1 \\
 & & & & \dots \\
 & & & & r_i \\
 & & & & \dots \\
 & & & & r_n \\
 r^{(j)} = & \begin{matrix} \dot{\phantom{r}} \\ \text{righ} \\ \dot{\phantom{r}} \\ \dot{\phantom{r}} \\ \dot{\phantom{r}} \\ [\dot{\phantom{r}}][\dot{\phantom{r}}][\dot{\phantom{r}}][\dot{\phantom{r}}] \\ \dot{\phantom{r}} \\ \dot{\phantom{r}} \end{matrix}
 \end{matrix} \tag{4}$$

Donde  $\alpha$  es el ángulo que forma la dirección positiva del pórtico con el eje de las X;  $K_L^{(j)}$  es la matriz de rigidez lateral del pórtico j;  $r^{(j)}$  es la matriz que contiene la distancia del Centro de Masa C.M. al pórtico j y está compuesta por:  $r_1$  es la distancia del C.M. al pórtico j en el piso 1,  $r_i$  es la distancia del C.M. al pórtico j en el piso i,  $r_n$  es la distancia del C.M. al pórtico j en el piso n. El programa BASERIGIDA considera que el C.M. es colineal en consecuencia  $r_1=r_i=r_n$ , es una limitación del programa que el usuario puede cambiarle.

La matriz de masa  $M^{(s)}$  se encuentra evaluando la energía cinética de la estructura y tiene la siguiente forma.

$$\begin{matrix}
 m^{(s)} \\
 m^{(s)} \\
 J^{(s)} \\
 \dot{\phantom{r}} \\
 \text{righ} \\
 \dot{\phantom{r}} \\
 \dot{\phantom{r}} \\
 \dot{\phantom{r}} \\
 [\dot{\phantom{r}}][\dot{\phantom{r}}] \\
 M^{(s)} = \dot{\phantom{r}} \dot{\phantom{r}} \\
 \dot{\phantom{r}}
 \end{matrix} \tag{4}$$

$$m^{(s)} = \begin{matrix} m_1 \\ m_2 \\ \dots \\ m_i \\ \dots \\ m_n \end{matrix} \quad (5)$$

$$J^{(s)} = \begin{matrix} \dot{\phantom{J}} \\ \text{right} \\ \dot{\phantom{J}} \\ \dot{\phantom{J}} \\ [\dot{\phantom{J}}][\dot{\phantom{J}}][\dot{\phantom{J}}][\dot{\phantom{J}}][\dot{\phantom{J}}][\dot{\phantom{J}}] \\ \dot{\phantom{J}} \\ \dot{\phantom{J}} \\ J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_i \\ \dots \\ J_n \end{matrix} \quad (6)$$

$$J_i = \frac{m_i}{12} (a_i^2 + b_i^2) \quad (7)$$

Donde  $m_i$  es la masa del piso  $i$ ;  $J_i$  es el momento de inercia de la masa con respecto al C.M.;  $a_i$ ,  $b_i$  son las dimensiones en planta de la losa del piso  $i$ .

La matriz de amortiguamiento  $C$  se halla empleando el algoritmo de Wilson y Penzien (1972) la misma que se obtiene de la siguiente manera.

$$C = \sum_{i=1}^n C_i \quad (8)$$

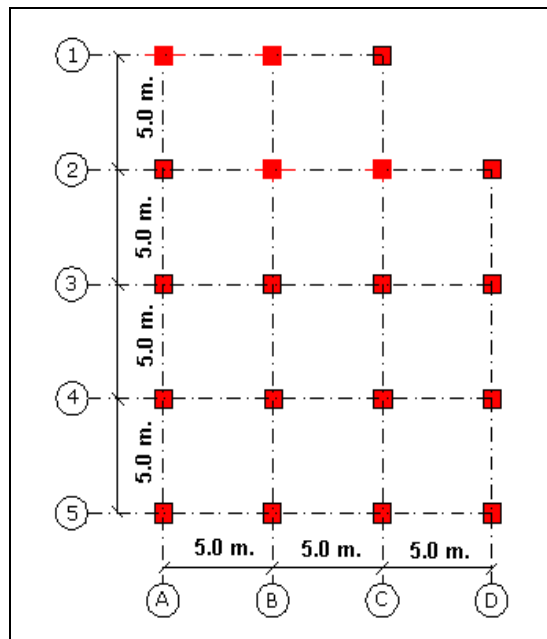
$$C_i = \frac{2 \xi_i W_{ni}}{M_i} (M \phi_i) (\phi_i^t M) \quad (9)$$

$$M_i^i = \varphi_i^t M \varphi_i \quad (10)$$

Siendo  $\varphi_i$ , el modo de vibración  $i$ ;  $W_{ni}$  es la frecuencia natural del modo  $i$ ;  $\xi_i$  es el factor de amortiguamiento del modo  $i$ . El programa BASERIGIDA considera que los valores de  $\xi_i$  son iguales en todos los modos de vibración, por esta razón se da como dato un solo valor. En Aguiar (2007,2) se encuentra detallado el cálculo de las matrices presentadas en este apartado, al igual del Procedimiento de Espacio de Estado que fue el algoritmo seleccionado para encontrar la respuesta en el tiempo debido a que este procedimiento garantiza convergencia.

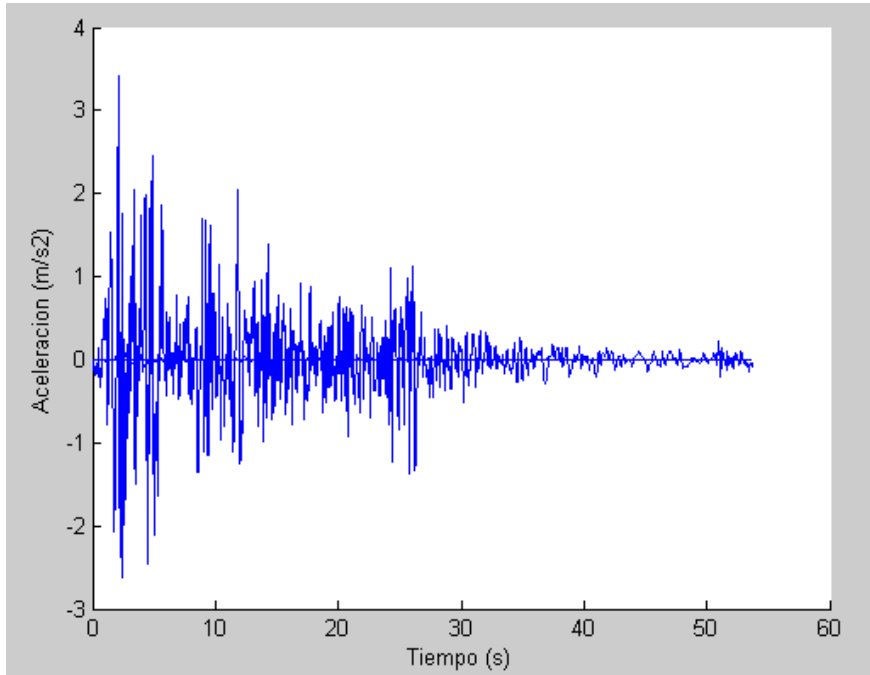
### 3. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se desea hallar la respuesta en el tiempo de la estructura de 4 pisos indicada en la figura 2, ante el sismo de El Centro de 1940, cuyo acelerograma se muestra en la figura 3. Las dimensiones de las columnas y vigas se encuentran en la tabla 1, al igual que las cargas consideradas en el análisis. La altura de cada entre piso es constante y vale 3.0 m.



**Figura 2** Distribución en planta de estructura de análisis

En el análisis sísmico se considera un % de la carga viva, este % depende del uso de la estructura, para el caso de viviendas es del 25%, con el cual se obtuvo la séptima columna de la tabla 1, son estos datos los que se ingresan al programa.



**Figura 3** Acelerograma del sismo de El Centro de 1940.

**Tabla 1** Dimensiones de columnas, vigas y cargas consideradas para el análisis sísmico.

Piso	Dimensiones [cm]		CM [Tn/m <sup>2</sup> ]	CV [Tn/m <sup>2</sup> ]	Peso D [Tn]	Peso L [Tn]	Peso Total [Tn]
	Columnas	Vigas					
1	50x50	30x50	0.80	0.20	220	13.75	233.75
2	50x50	30x50	0.80	0.20	220	13.75	233.75
3	45x45	30x40	0.70	0.20	192.5	13.75	206.25
4	45x45	30x40	0.70	0.20	192.5	13.75	206.25

El Centro de Masa, C.M., de la estructura analizada se indica en la figura 4 y se halla ubicado a 7.05 m., en sentido X, y a 9.32 m., en sentido Y. Todo esto con respecto a la intersección de los ejes A y 5. Se indica además los tres grados de libertad que se toman en cada piso. En la tabla 2 se indica el valor  $\alpha$  y la distancia del C.M. a cada uno de los pórticos.

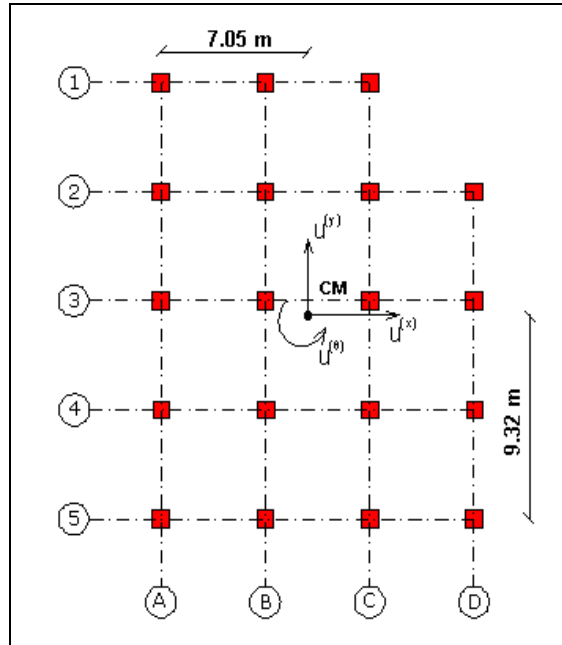


Figura 4 Ubicación del Centro de Masa.

Tabla 2 Valores de  $\alpha$  y  $r$ .

Pórtico	1	2	3	4	5	A	B	C	D
$\alpha$	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$	$90^\circ$	$90^\circ$	$90^\circ$	$90^\circ$
$r$ [m]	-10.68	-5.68	-0.68	4.32	9.32	-7.05	-2.05	2.95	7.95

Por las condiciones de la estructura, se tiene en total tres matrices de rigidez lateral y son las del pórtico 1, la del pórtico 2 y la del pórtico A. La matriz de rigidez lateral del pórtico 2 es igual a las matrices de rigidez de los pórticos 3, 4, 5 y D. La matriz de rigidez del pórtico A es igual a la matriz de rigidez de los pórticos B y C. Con estas acotaciones a continuación se indican la matriz triangular inferior de la matriz de rigidez lateral de los pórticos 1,2 y A.

$$\begin{matrix}
 19986 \\
 -10845 & 13769 \\
 & 2534.6 & -7841.8 & 10139 \\
 -385.73 & 1785.6 & -4355.1 & 2882.2
 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix}
 \dot{\phantom{0}} \\
 \text{righ} \\
 \dot{\phantom{0}} \\
 \dot{\phantom{0}} \\
 \dot{\phantom{0}} \\
 \dot{\phantom{0}} \\
 \begin{bmatrix} \dot{\phantom{0}} & \dot{\phantom{0}} & \dot{\phantom{0}} & \dot{\phantom{0}} \end{bmatrix} \dot{\phantom{0}} \\
 K_{L(1)} = \dot{\phantom{0}} \dot{\phantom{0}} \\
 \dot{\phantom{0}}
 \end{matrix}$$

```

                26875
-14518 18618
            3259.5-10505 13844
-488.57 2350.6-6003.74052.1
    
```

```

        i
    righ
        i
        i
        i
    [i][i][i]i
    KL(2)=ii
        i
    
```

```

                33762
-18191 23466
            3984.8-13167 17545
-591.31 2914.8-7650.45220.5
    
```

```

        i
    righ
        i
        i
        i
    [i][i][i]i
    KL(A)=ii
        i
    
```

#### 4. EJECUCIÓN DE PROGRAMA

Una vez que se han ingresado las tres matrices de rigidez lateral a la consola de MATLAB se procede de la siguiente forma:

```

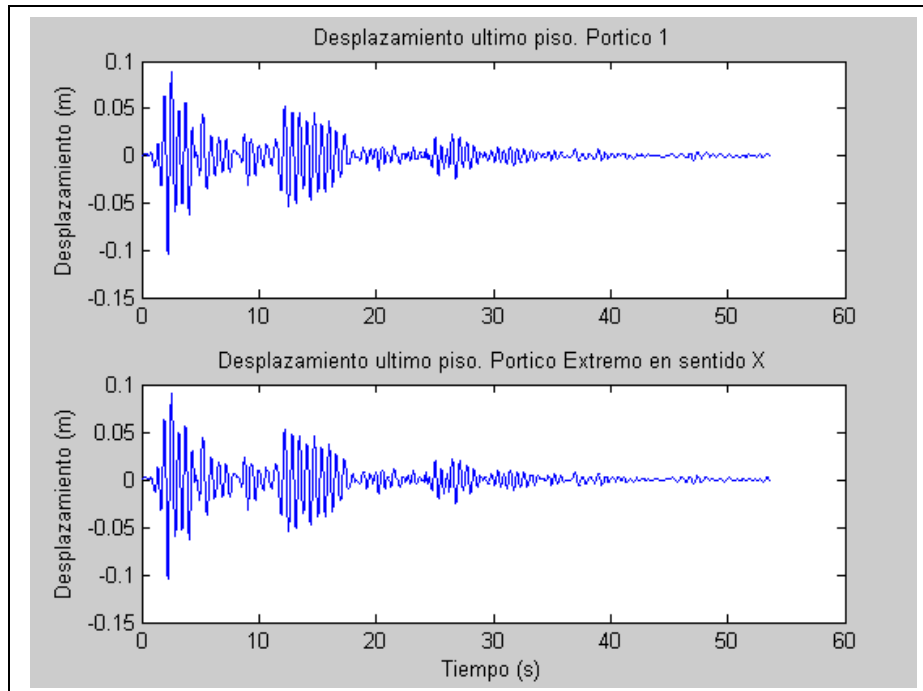
>> KLG=[KL1; KL2; KL2; KL2; KL2; KLA; KLA; KLA; KL2];
>> pesoD=[220; 220; 192.5; 192.5];
>> pesoL=[13.75; 13.75; 13.75; 13.75];
>> r=[-10.68; -5.68; -0.68; 4.32; 9.32; -7.05; -2.05; 2.95; 7.95];
>> [T] =baserigida(4,0.05,5,pesoD,pesoL,KLG,r,CENTRO,0.02)
    
```

El primer dato corresponde al número de pisos; el segundo al factor de amortiguamiento de la estructura; el tercero al número de pórticos en el sentido de análisis sísmico, en este caso se realiza el análisis con respecto al eje X; el cuarto el vector que contiene los pesos totales de cada piso debido a carga muerta; el quinto el vector que contiene los pesos totales de cada piso debido al % de carga viva; el sexto la matriz que contiene a las matrices de rigidez lateral de cada uno de los pórticos; el séptimo es un vector que contiene la distancia del centro de masa a los pórticos; el octavo el archivo del acelerograma y el noveno el incremento de tiempo de ese archivo.

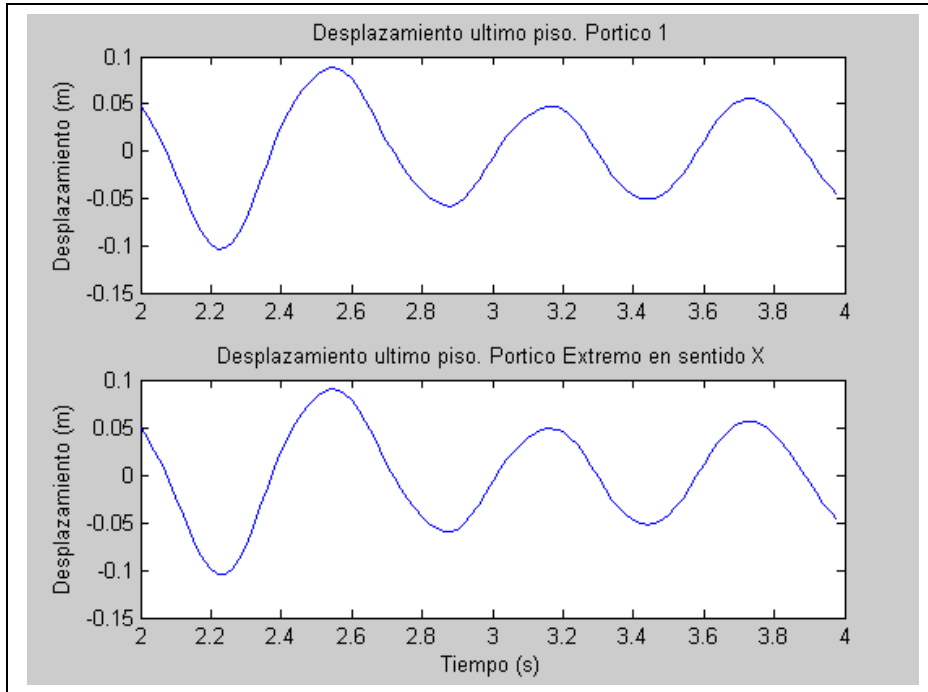
En la figura 5, se muestra la respuesta en el tiempo en desplazamientos para los pórticos 1 y 5, en el último piso. Nótese que son muy parecidas las dos respuestas.

El programa presenta la opción, de que el usuario indique los intervalos de tiempo para los cuales desea ver la respuesta en el tiempo, para ver con mayor detalle. Por ejemplo en la figura 6, se indica la respuesta para el intervalo comprendido entre 2 y 4 segundos.

De igual manera, el programa le da la opción al usuario de seleccionar la respuesta en el tiempo de desplazamientos o de fuerzas. Si selecciona ésta última opción se encontrará lo indicado en la figura 7, para el último piso de los pórticos 1 y 5. En este caso si existe diferencias en las fuerzas, debido a que la matriz de rigidez lateral de estos pórticos son diferentes.

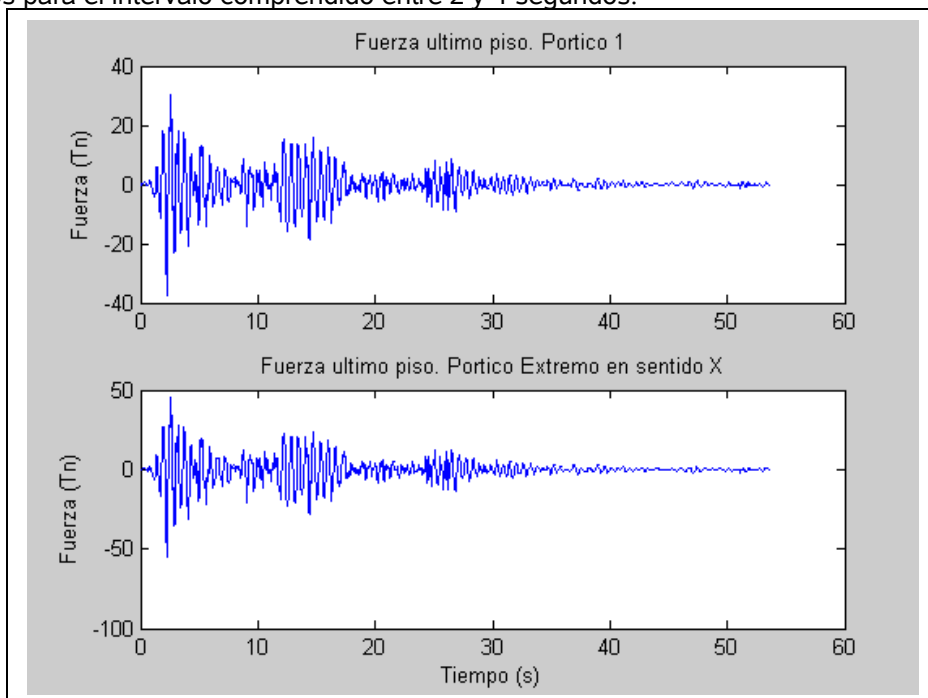


**Figura 5** Respuesta en el tiempo de desplazamientos de último piso de pórticos 1 y 5.

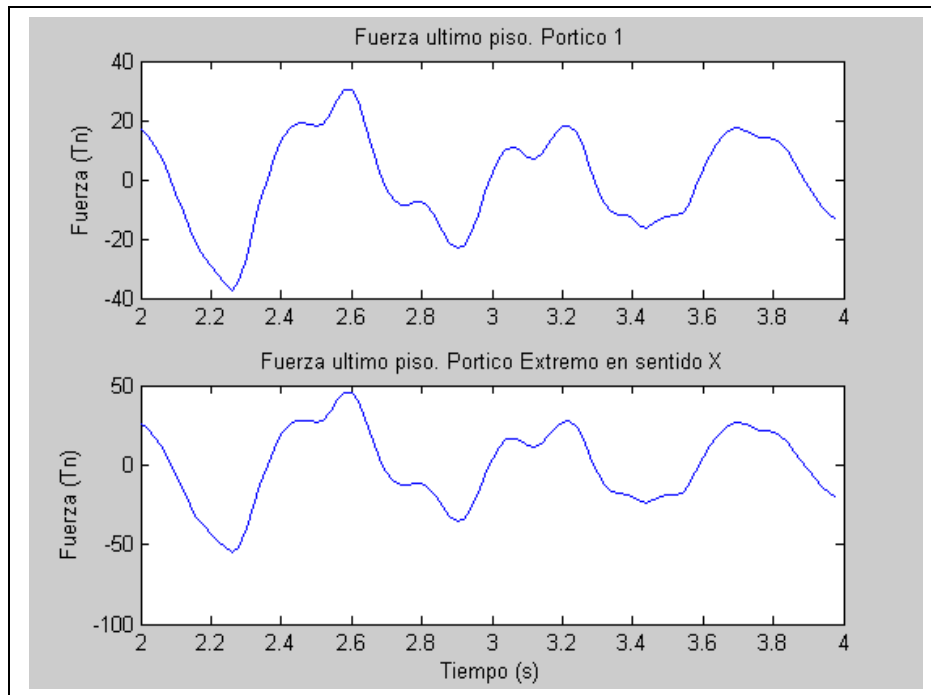


**Figura 6** Respuesta de desplazamientos en último piso para pórticos 1 y 5; entre 2 y 4 segundos.

De igual manera el usuario puede ver la respuesta en fuerzas para un determinado intervalo de tiempo. En la figura 8 se indica esta respuesta para el último piso de los pórticos extremos para el intervalo comprendido entre 2 y 4 segundos.



**Figura 7** Variación de la fuerza lateral en el último piso de pórticos externos en sentido X.



**Figura 8** Respuesta en Fuerzas para el último piso de los pórticos extremos de 2 a 4 segundos.

El programa reporta también el período fundamental de la estructura. Para el ejemplo realizado es  $T=0.6175$  s. Reporta además las matrices de rigidez, masa y amortiguamiento, las mismas que se encuentran en consola una vez que se ha ejecutado el programa.

Se detalla a continuación las variables y la sentencia con la cual se ejecuta el programa, desde consola.

**>> [T]=baserigida(NP,seda,iejes,pesoD,pesoL,KLG,r,sismo,dt)**

- **NP**            Número de pisos.
- **seda**           Factor de amortiguamiento de la estructura.
- **iejes**           Número de ejes en el sentido de análisis sísmico.
- **pesoD**        Vector que contiene los pesos, de piso, debido al estado de carga D.
- **pesoL**        Vector que contiene el porcentaje del peso de piso debido a carga L.
- **KLG**           Matriz que contiene las matrices de rigidez de cada uno de los pórticos.
- **r**                Vector que contiene la distancia del C.M. a cada pórtico, con signo.
- **sismo**        Nombre del archivo para el cual se realiza el análisis sísmico.
- **dt**             Incremento de tiempo del acelerograma.

## 5. LISTADO DE PROGRAMAS

Para ejecutar el programa BASERIGIDA se debe tener también instalado el programa PSE3, que encuentra la respuesta por el Procedimiento de Espacio de Estado.

```
function [T]=baserigida(NP,seda,iejes,pesoD,pesoL,KLG,r,sismo,dt)
%
```

```

% Analisis sismico en el tiempo, espacial de estructuras de base rigida
% por el Metodo de procedimiento de espacio de estado considerando 3 gdl por planta.
%
% Por: Roberto Aguiar Falconi y Cristina Carrillo
%     Abril de 2007
%     CEINCI-ESPE
%-----
% [T]=baserigida(NP,seda,sedabase,iejes,pesoD,pesoL,KLG,r,sismo,dt)
%-----
%
% T   Periodo fundamental de la estructura
% seda Factor de amortiguamiento de la superestructura.
% iejes # de ejes de columnas en el sentido de analisis sismico.
% pesoD Vector que contiene la carga muerta D de cada piso.
% pesoL Vector que contiene la carga viva L de cada piso.
% KLG  Matriz que contiene las matrices de rigidez lateral de todos los
%      porticos con inercias gruesas. Primero los de sentido X.
% r    Vector que contiene la distancia del portico al centro de masa, de
%      cada uno de los porticos, con signo, positivo antihorario.
% rs   Matriz de colocacion de la aceleracion del suelo en gdl estructura
% sismo Archivo que contiene el acelerograma
% dt   Incremento de tiempo del acelerograma
% p    Matriz que contiene la respuesta en el tiempo de cada portico.
%      La fila 1 es para el portico 1, la 2 para el 2, etc.
% A    Matriz de paso de coordenadas de piso a coordenadas de portico. Las
%      primeras filas son para el portico 1 las siguientes para el 2, etc.
% NP   Numero de pisos
% KS   Matriz de rigidez de superestructura en coordenadas de piso.
% MS   Matriz de masa de superestructura en coordenadas de piso.
% CS   Matriz de amortiguamiento de superestructura en coordenadas de piso.
% qt   Matriz que contiene desplazamientos de la base para todos los gdl.
% vt   Matriz que contiene velocidades de la base para todos los gdl.
%
ntot=input ('\n Numero total de porticos de la estructura :');
fprintf ('\n Codigos para analisis sismico: Sentido X=1 Sentido Y=2');
isismo=input ('\n Ingrese codigo de sentido de analisis sismico :');
rs=zeros(3*NP,3);
if isismo==1;nx=iejes; ny=ntot-nx; var=2;for j=1:NP; rs(j,1)=1; end;
else;ny=iejes; nx=ntot-ny;var=1;for j=1:NP; rs(j+NP,2)=1; end; end;
%Submatrices de rigidez: KEE, con inercias gruesas
Kxx=zeros(NP,NP);Kyy=zeros(NP,NP);Kteta=zeros(NP,NP);cero=zeros(NP,NP);
Kxt=zeros(NP,NP);Kyt=zeros(NP,NP);for k=1:NP;identidad(k,k)=1;end;
for i=1:ntot
    for k=1:NP
        rtet(k,k)=r(i);
    end
    rteta=rtet*rtet;
    ji=NP*(i-1)+1;jf=NP*(i-1)+NP;
    if i<=nx
        Kxx=Kxx+KLG(ji:jf,1:NP);Kxt=Kxt+KLG(ji:jf,1:NP)*rtet;
        Kteta=Kteta+KLG(ji:jf,1:NP)*rteta;
        A(ji:ji+NP-1,:)=[identidad cero rtet];
    else
        Kyy=Kyy+KLG(ji:jf,1:NP);Kyt=Kyt+KLG(ji:jf,1:NP)*rtet;
        Kteta=Kteta+KLG(ji:jf,1:NP)*rteta;
        A(ji:ji+NP-1,:)=[cero identidad rtet];
    end
end
end
%Matriz de rigidez espacial con 3 grados de libertad por planta
KS=[Kxx cero Kxt;cero Kyy Kyt;Kxt Kyt Kteta];

```

```

fprintf ('\n Matriz de rigidez con base empotrada')
KS
%Matriz de masas
disty=abs(r(1))+abs(r(nx));distx=abs(r(nx+1))+abs(r(ntot));
for i=1:NP; masaD(i)=pesoD(i)/9.8; masaL(i)=pesoL(i)/9.8;
mas(i)=masaD(i)+masaL(i);end
masa=zeros(NP,NP);for i=1:NP; masa(i,i)=mas(i);end
mj=zeros(NP,NP);for i=1:NP; mj(i,i)=mas(i)*(distx^2+disty^2)/12;end
MS=[masa cero cero;cero masa cero;cero cero mj];
fprintf ('\n Matriz de masa con base empotrada')
MS
% Matriz de amortiguamiento, tipo Wilson y Penzien (1982)
for i=1:3*NP; zeda(i)=seda; end;zeda=zeda';
CS=zeros(3*NP,3*NP);[V,D]=eig(KS,MS);W=sqrt(diag(D));
% Se ordenan las frecuencias y los modos de vibracion de menor a mayor
[Wn,II]=sort(W); for i=1:3*NP; fi(:,i)=V(:,II(i));end;
T=2*3.141592/Wn(1);
for i=1:3*NP
    ff=fi(:,i);mi=ff*MS*ff;aux=2*zeda(i)*Wn(i)/mi;
    CS=CS+aux.*MS*ff*ff*MS;
end
fprintf ('\n Matriz de amortiguamiento con base empotrada')
CS
% Analisis con desplazamientos o fuerzas
fprintf ('\n Si desea realizar el analisis con desplazamientos digite 1, si desea el analisis
con fuerzas digite 2')
dof=input ('\n Ingrese el codigo de desplazamientos o fuerzas :');
% Determinacion del intervalo de analisis
fprintf ('\n Si desea obtener el grafico del comportamiento de la estructura en un cierto
intervalo de tiempo digite 1,')
fprintf ('\n caso contrario digite 2');
intervalo=input ('\n Ingrese el codigo de intervalo de analisis sismico :');
if intervalo==1
    inf=input ('\n Ingrese el limite inferior (segundos) :');
    ii=inf/dt;
    sup=input ('\n Ingrese el limite superior (segundos) :');
    jj=sup/dt;
end
fprintf ('\n Tenga paciencia el programa esta corriendo, se demora unos segundos \n')
if isismo==1
    rs=rs(:,1);
else
    rs=rs(:,2);
end
Qo=MS*rs*(-1);
% Procedimiento de Espacio de Estado
[qt,vt,q]=pse3(MS,CS,KS,Qo,sismo,dt,var);
npuntos=length(sismo);
% Respuestas en porticos extremos, en ultimo piso
for i=1:npuntos-1;
    t(i)=i*dt;
end
% Matrices de rigidez lateral de porticos extremos
KLGx1=KLG(1:NP,1:NP);
KLGxnx=KLG((NP*(nx-1)+1):NP*nx,1:NP);
KLGy1=KLG(NP*nx+1:NP*(nx+1),1:NP);
KLGynt=KLG(NP*(ntot-1)+1:NP*ntot,1:NP);
% Desplazamientos y Fuerzas de cada portico
for i=1:ntot
    ji=NP*(i-1)+1;jf=NP*(i-1)+NP;a=A(ji:jf,1:3*NP);

```

```

for j=1:npuntos-1;
  for k=1:3*NP;
    dd(k)=qt(j,k);
  end
  dd=dd';p=a*dd;dd=dd';
  if i==1 & isismo==1
    p1(j)=p(NP);P1=KLGx1*p;
    for k=1:NP; PP1(j,k)=P1(k);end
  end
  if i==nx & isismo==1;
    pnx(j)=p(NP); PNX=KLGxnx*p;
    for k=1:NP; PPNX(j,k)=PNX(k);end
  end
  if i==nx+1 & isismo==2;
    p2(j)=p(NP); P2=KLGy1*p;
    for k=1:NP; PP2(j,k)=P2(k);end
  end
  if i==ntot & isismo==2;
    pnt(j)=p(NP); PNY=KLGynt*p;
    for k=1:NP; PPNY(j,k)=PNY(k);end
  end
end
end
end
% Fuerzas en porticos extremos, ultimo piso
if isismo==1
  for j=1:npuntos-1
    F1(j)=PP1(j,NP);
    Fnx(j)=PPNX(j,NP);
  end
else
  for j=1:npuntos-1
    F2(j)=PP2(j,NP);
    Fny(j)=PPNY(j,NP);
  end
end
% Determinacion de intervalos y dibujo de respuestas maximas de
% desplazamiento (m) en el ultimo piso
if intervalo==1 & dof==1
  if isismo==1
    for n=1:jj-ii
      tint(n)=t(ii);
      p1int(n)=p1(ii);
      pnxint(n)=pnx(ii);
      ii=ii+1;
    end
    p1int=p1int';pnxint=pnxint';
    subplot (2,1,1);plot(tint,p1int); ylabel ('Desplazamiento (m)');title('Desplazamiento
ultimo piso. Portico 1');
    subplot (2,1,2); plot(tint,pnxint); xlabel ('Tiempo (s)');ylabel ('Desplazamiento (m)');
    title ('Desplazamiento ultimo piso. Portico Extremo en sentido X');
  else
    for n=1:jj-ii
      tint(n)=t(ii);
      p2int(n)=p2(ii);
      pntint(n)=pnt(ii);
      ii=ii+1;
    end
    p2int=p2int';pntint=pntint';
    subplot (2,1,1);plot(tint,p2int); ylabel ('Desplazamiento (m)');title('Desplazamiento
ultimo piso. Portico 1');
  end
end

```

```

        subplot (2,1,2); plot(tint,pntint); xlabel ('Tiempo (s)');ylabel ('Desplazamiento (m)');
        title ('Desplazamiento ultimo piso. Portico Extremo en sentido X');
    end
end
% Dibujo de respuestas maximas en porticos exteriores en ultimo piso
if intervalo==2 & dof==1
    if isismo==1
        p1=p1';pnx=pnx';
        subplot (2,1,1);plot(t,p1); ylabel ('Desplazamiento (m)');title('Desplazamiento ultimo
piso. Portico 1');
        subplot (2,1,2); plot(t,pnx); xlabel ('Tiempo (s)');ylabel ('Desplazamiento (m)');
        title ('Desplazamiento ultimo piso. Portico Extremo en sentido X');
    else
        p2=p2';pnt=pnt';
        subplot (2,1,1);plot (t,p2);ylabel ('Desplazamiento (m)');title('Desplazamiento ultimo
piso. Portico 1');
        subplot (2,1,2);plot (t,pnt);xlabel ('Tiempo (s)');ylabel ('Desplazamiento (m)');
        title ('Desplazamiento ultimo piso. Portico Extremo en sentido Y');
    end
end
% Determinacion de intervalos y dibujo de respuestas maximas de
% fuerzas (Ton) en el ultimo piso
if intervalo==1 & dof==2
    if isismo==1
        for n=1:jj-ii
            tint(n)=t(ii);
            F1int(n)=F1(ii);
            Fnxint(n)=Fnx(ii);
            ii=ii+1;
        end
        F1int=F1int';Fnxint=Fnxint';
        subplot (2,1,1);plot(tint,F1int); ylabel ('Fuerza (Tn)');title('Fuerza ultimo piso. Portico
1');
        subplot (2,1,2); plot(tint,Fnxint); xlabel ('Tiempo (s)');ylabel ('Fuerza (Tn)');
        title ('Fuerza ultimo piso. Portico Extremo en sentido X');
    else
        for n=1:jj-ii
            tint(n)=t(ii);
            F2int(n)=F2(ii);
            Fnyint(n)=Fny(ii);
            ii=ii+1;
        end
        F2int=F2int';Fnyint=Fnyint';
        subplot (2,1,1);plot(tint,F2int); ylabel ('Fuerza (Tn)');title('Fuerza ultimo piso. Portico
1');
        subplot (2,1,2); plot(tint,Fnyint); xlabel ('Tiempo (s)');ylabel ('Fuerza (Tn)');
        title ('Fuerza ultimo piso. Portico Extremo en sentido X');
    end
end
% Dibujo de respuestas maximas en porticos exteriores en ultimo piso
if intervalo==2 & dof==2
    if isismo==1
        F1=F1';Fnx=Fnx';
        subplot (2,1,1);plot(t,F1); ylabel ('Fuerza (Tn)');title('Fuerza ultimo piso. Portico 1');
        subplot (2,1,2); plot(t,Fnx); xlabel ('Tiempo (s)');ylabel ('Fuerza (Tn)');
        title ('Fuerza ultimo piso. Portico Extremo en sentido X');
    else
        F2=F2';Fny=Fny';
        subplot (2,1,1);plot (t,F2);ylabel ('Fuerza (Tn)');title('Fuerza ultimo piso. Portico 1');
        subplot (2,1,2);plot (t,Fny);xlabel ('Tiempo (s)');ylabel ('Fuerza (Tn)');
    end
end

```

```

    title ('Fuerza ultimo piso. Portico Extremo en sentido Y');
end
end
%---fin

```

❖ PROGRAMA PSE3

```

function [qt,vt,q]=pse3(M,C,K,Qo,p,dt,var)
%
% Procedimiento de Espacio de Estado para sistemas de n grados de libertad
% Programa general en que se requiere la respuesta ante un acelerograma.
%
% Por: Roberto Aguiar Falconi
%   CEINCI ESPE
%   Marzo de 2007
% -----
% [qt,vt,q]=pse3(M,C,K,Qo,p,dt,var)
% -----
% M   Matriz de masas.
% C   Matriz de amortiguamiento.
% K   Matriz de rigidez.
% Qo  Coeficiente del vector de cargas que multiplica a la aceleracion
%     del suelo.
% p   Acelerograma para el cual se calcula la respuesta en el tiempo.
%     Previamente el usuario habrá calculado las matrices de masa,
%     amortiguamiento, rigidez, así como el coeficiente Qo.
% F   Matriz de orden 2nx2n
% qt  Matriz que almacena los desplazamientos en cada grado de libertad
%     en cada instante de tiempo.
% vt  Similar a qt pero con las velocidades
% dt  Incremento de tiempo con el cual se obtiene la respuesta.
% q   Reporta el desplazamiento en la base del aislador.
%
ngl=length(K);
% Matriz F
CERO=zeros(ngl,ngl); IDENT=eye(ngl,ngl);MIK=(-1)*inv(M)*K;MIC=(-1)*inv(M)*C;
F=[CERO IDENT; MIK MIC];
% Exponencial de la matriz F multiplicado por dt
A=expm(dt*F);
% Matrices P1 y P2
IDEN=eye(2*ngl,2*ngl); P1=inv(F)*(A-IDEN); P2=inv(F)*((1/dt)*P1-A);
% Vector r de cargas sísmicas
for i=1:ngl; NULO(i)=0; end; MIQ=inv(M)*Qo;
% respuesta en el tiempo
n=length(p);
for i=1:2*ngl; Xk(i)=0;end; Xk=Xk';q=Xk(ngl);
for i=1:n-1
    t(i)=i*dt;
    MCARGA=MIQ*p(i); MCARGA2=MIQ*p(i+1);rk=[NULO'; MCARGA];rk2=[NULO';
MCARGA2];
    Xk2=A*Xk+P1*rk2+P2*(rk2-rk);
% Almacena la respuesta en el tiempo en el sentido de analisis.
    q(i)=Xk2(ngl-var); Xk=Xk2; v(i)=Xk2(2*ngl-var);
    for j=1:ngl
        qt(i,j)=Xk2(j); vt(i,j)=Xk2(j+ngl);
    end
end
end

```

% ---fin

## 6. CONCLUSIONES

Se ha presentado la teoría y un programa de computación denominado BASERIGIDA para el análisis sísmico espacial, considerando tres grados de libertad por planta, ante una acción sísmica definida por un acelerograma. Se aspira haber contribuido al desarrollo de la docencia en Ingeniería Civil y a entender mejor el comportamiento de estructuras irregulares.

## REFERENCIAS

1. Aguiar R., (2007, 1), "Tres modelos de análisis sísmico en estructuras espaciales con aislamiento de base elastoméricos", *Revista Ciencia. Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del Ejército*, **10 (1)**, 1-16, Quito.
2. Aguiar R., (2007,2), *Dinámica de Estructuras con MATLAB*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército y Colegio de Ingenieros Civiles de Pichincha, 298 p., Quito.
3. Wilson E., and Penzien J., (1972), "Evaluation of orthogonal damping matrices", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **4**, 5-10.