

# Anomalías de gravedad de Bouguer completo para el Ecuador Continental

A.R. Tierra

*Centro de Investigaciones Espaciales – CIE, Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción, Escuela Politécnica del Ejército - ESPE. Sangolquí - Ecuador Av. El Progreso S/N, atierra@espe.edu.ec*

S.R. De Freitas

*Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná – UFPR, Paraná – Brasil, Centro Politécnico, Av. Jardim das Américas, sfreitas@ufpr.br*

E. Kirby

*Carrera de Ingeniería Geográfica y del Medio Ambiente, Departamento de Ciencias de la Tierra y Construcción, Escuela Politécnica del Ejército – ESPE, Sangolquí – Ecuador, Av. El Progreso S/N, edupkp@yahoo.com*

RESUMEN: Con el desarrollo de la tecnología espacial conjuntamente con la electrónica y la informática, se fueron desarrollando varios sistemas. Uno de esos, fueron los sistemas de posicionamiento global como es el caso del sistema NAVSTAR de los EE.UU, GLONASS de la ExURSS, GALILEO de la Unión Europea y COMPASS de China. Estos sistemas han ido evolucionado de acuerdo a las necesidades impuestas por los usuarios.

En los últimos años, la determinación del geoide mundial o regional ha sido objeto de muchas investigaciones en casi todos los países del mundo, en especial en los países de la Comunidad Sudamericana de Naciones-CSN con la finalidad de compatibilizarla con otras tecnologías, particularmente, con la tecnología de Sistemas de Navegación Global por Satélites – GNSS (Global Navigation Satellite System). En la determinación de las ondulaciones geoidales mediante el uso de la integral de Stokes, la anomalía de la gravedad es una de las componentes principales para su solución. La anomalía de gravedad de Bouguer es muy utilizada para realizar las reducciones gravimétricas hacia el Geoide. En la determinación de las anomalías de gravedad de Bouguer Completa, los efectos de las masas existentes encima del geoide son eliminados mediante la corrección debido a la lámina de Bouguer y la corrección del terreno. Generalmente, estas correcciones han sido calculadas mediante el uso del valor único de la densidad de la corteza terrestre de  $2.67 \text{ g/cm}^3$ , pero la densidad en el área de estudio varía desde  $2.42 \text{ g/cm}^3$  a  $2.75 \text{ g/cm}^3$ . Debido a esta variación, fue necesario realizar un modelo digital de variación lateral de densidades, en la cual nos indica el valor medio de la densidad en una columna geológica. Para Corrección de la lámina de Bouguer se usó el valor medio de la densidad de la columna geológica desde el punto de gravedad observado hasta el geoide; en cambio, para la corrección del terreno se usó el valor de  $2.5 \text{ g/cm}^3$  como densidad media del Ecuador Continental y utilizado el modelo digital del terreno del SRTM para determinar los efectos de la topografía hasta una distancia de 167 km. Los resultados obtenidos muestran que al considerar solo el valor de  $2.67 \text{ g/cm}^3$  en el cálculo de las anomalías de Bouguer Completa existen diferencias que pueden llegar a 14 mGal.

## 1. INTRODUCCIÓN

Con el desarrollo de la tecnología espacial conjuntamente con la electrónica y la informática, se fueron desarrollando varios sistemas de posicionamiento global, como es el caso, del sistema NAVSTAR de los EE.UU, GLONASS de la ExURSS, GALILEO de la Unión Europea que esta en la fase de pruebas, y otros que se están desarrollando, como el caso del sistema COMPASS de la República de China. Estos sistemas han ido evolucionado de acuerdo a las necesidades impuestas por los usuarios, es así, que ahora se están actualizando constantemente y desarrollándose más rápidamente.

En los últimos años, la determinación del geoides mundial o regional ha sido objeto de muchas investigaciones en casi todos los países del mundo, en especial en los países de la Comunidad Sudamericana de Naciones-CSN con el objetivo de establecer un sistema único de referencia para las redes altimétricas. También estos estudios son necesarios con la finalidad de compatibilizar con otras tecnologías, particularmente, con la tecnología de Posicionamiento Global por Satélites Artificiales, actualmente conocidos como Global Navigation Satellite Systems - GNSS (por su siglas en inglés). En la determinación de las ondulaciones geoidales mediante el uso de la integral de Stokes, la anomalía de la gravedad es una de las componentes principales para su solución, y se presupone que se debe conocer valores de la gravedad en toda la superficie terrestre y en forma continua. Generalmente, en la práctica, estos valores de gravedad son determinados en el área de estudio en forma discreta y a intervalos irregulares siguiendo principalmente las vías o por los ríos. Consecuentemente, va existir áreas en donde no se tenga ningún dato de gravedad, especialmente esto sucede en las altas montañas en donde generalmente no existen vías o carreteras de fácil accesibilidad, o en lugares de mucha vegetación, haciendo difícil llegar a estos sitios. Una solución para estas áreas sin datos, sería que se haga densificaciones gravimétricas mediante levantamientos terrestres o aéreos, pero con esto, se incurriría en mucho gasto y tiempo. Generalmente, para calcular las anomalías de gravedad, en especial las de Bouguer, en estos sitios sin datos son utilizados métodos de interpolación como por ejemplo Kriging (Cressie, 1993), Mínima Curvatura (Smith&Wessel, 1990), Mínimos Cuadrados Colocación (Moritz, 1980), Redes Neuronales Artificiales (Tierra&De Freitas, 2002) (Tierra& De Freitas, 2003), (Tierra, et.al., 2007), entre otros.

En nuestro país solamente existe el mapa de anomalías de Bouguer Simple en la cual se calculó básicamente con un valor de densidad medio de la corteza terrestre de  $2.67 \text{ g/cm}^3$ , esto hace que el error debido a la densidad puede llegar a varios miligales (Tierra, et.al., 2007), en vista que en nuestro país la densidad media de una columna geológica puede estar comprendida entre  $2.42 \text{ g/cm}^3$  y  $2.75 \text{ g/cm}^3$  (Tierra & Kirby, 2006). Además, para calcular las anomalías de Bouguer Completa es necesario realizar correcciones debido a la presencia de las masas topográficas por lo que es necesario disponer de un Modelo Digital del Terreno -MDT. Generalmente, esta corrección conocida como corrección del terreno es calculada usando la densidad de  $2.67 \text{ g/cm}^3$ , pero en caso de nuestro país la densidad es variable debido a su geología, por lo que es recomendable que se trabaje con la densidad de cada estructura geológica, o se podría calcular mediante el uso de una densidad media de cada columna geológica. Caso contrario, los errores que se obtendrán al calcular las anomalías de Bouguer Completa no serán compatibles con la nueva tecnología. A partir de estas anomalías de Bouguer, se puede calcular las anomalías de Aire Libre, las mismas que sirven como insumo para determinar las ondulaciones geoidales de una región.

Bajracharya et. al (2002), hizo un estudio usando una variación lateral de densidades en el cálculo de la corrección del terreno. El resultado obtenido mostró que la diferencia en la obtención de la ondulación geoidal puede llegar hasta 10 cm.

En este artículo es presentado las anomalías de Bouguer Completa, para lo cual se calculó la corrección debido a la lámina o plato de Bouguer mediante el uso del valor de la densidad media de una columna geológica desde el nivel medio de los mares hasta la superficie terrestre, para lo cual se utilizó un Modelo Digital de Variación Lateral de Densidades obtenido para el Ecuador Continental, así como para la corrección del terreno se usó la densidad media de  $2.65 \text{ g/cm}^3$ . Para la generación del mapa de anomalías de Bouguer Completa se generó una malla regular gravimétrica de éstas anomalías, mediante el uso de técnicas de redes neuronales artificiales.

## 2. ANOMALIAS DE GRAVEDAD

La anomalía de gravedad en geodesia es definida como la diferencia entre la gravedad real (observada) ( $g_0$ ) en el punto  $P_0$  (sobre el Geoide) y la gravedad normal (teórica) ( $\gamma$ ) calculada en el punto  $P_e$  (sobre el elipsoide de referencia), como se puede observar en la figura 1.

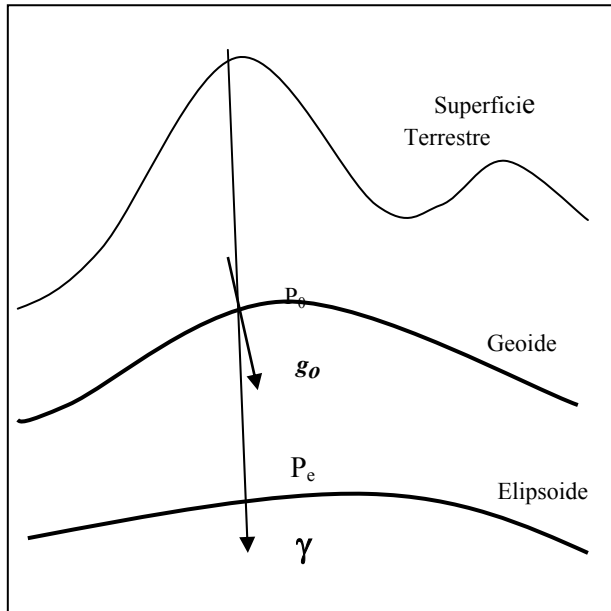


Figura 1. Anomalía de Gravedad

El valor de la anomalía es calculado (Heiskanen&Moritz, 1967), (Gemael, 1999) por:

$$\Delta g = g_0 - \gamma \quad (01)$$

El problema asociado con la ecuación (01) es la determinación del valor ( $g_0$ ), ya que el valor de la gravedad ( $g$ ) es observado sobre la superficie terrestre, esto puede ser resuelto mediante diferentes tipos de reducciones gravimétricas. Dependiendo del tipo de reducción, se obtiene las diferentes anomalías de gravedad.

### 2.1. Anomalía de Bouguer Completa

La anomalía de Bouguer Completa, se obtiene después de que las masas existentes encima del geoide sean removidas. La anomalía de Bouguer Completa ( $\Delta g_B$ ) es dada de forma analítica (Gemael, 1999) (Vanicek et.al. 2001) por:

$$\Delta g_B = \Delta g_{AL} - 2\pi G \bar{\rho} Hn + B + C_T \quad (02)$$

donde:

$\Delta g_{AL}$  es la anomalía de aire libre;

$2\pi G \bar{\rho} Hn$  es la componente de atracción vertical (Corrección de Bouguer) ejercida por la placa horizontal extendida hasta el infinito, de altura nivelada  $Hn$  y de densidad media constante  $\bar{\rho}$  y conocida con corrección de Bouguer

$B$  es la corrección debido a la curvatura terrestre en la lámina de Bouguer

$C_T$  es la Corrección del Terreno (o efecto directo de la topografía)

Generalmente, el valor de la densidad media utilizada para calcular la corrección de Bouguer, así como, la corrección del terreno es de  $\rho = 2.67 \text{ g/cm}^3$ . Sin embargo, en regiones montañosas, debido a la geología y morfología existentes, la densidad media de nuestro país puede tener variaciones que pueden estar entre los  $2.42 \text{ g/cm}^3$  y los  $2.75 \text{ g/cm}^3$  (Tierra, et. al, 2007)

Debido, a la variación de la densidad en la corteza terrestre, se hace necesario que la corrección de Bouguer sea calculada con los valores de densidad de cada capa geológica cuando éste sea conocido, caso contrario, es aconsejable utilizar la densidad media de esa columna. Mientras que para la corrección del terreno sería aconsejable usar por lo menos una densidad media de toda el área de estudio. El valor de la densidad puede ser determinada por la realización de estudios geológicos, geofísicos, o de otras fuentes que se disponga. El valor de la densidad media  $\bar{\rho}$  puede ser calculado (Tierra & De Freitas, 2003) por:

$$\bar{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{nc} \rho_i P_i}{Hn} \quad (03)$$

donde :

- $\rho_i$  es el valor de la densidad de la capa geológica  $i$ ;
- $P_i$  es la potencia media de la capa geológica  $i$ ;
- $nc$  es el número de capas geológicas

Observación: A la capa geológica inferior se considera su potencia limitada hasta el nivel medio de los mares con el fin de utilizar la ecuación (03).

Según Forsberg (1994), la corrección esférica  $B$  en la ecuación (02) puede ser evitada cuando se calcula la corrección del terreno mediante integración por prismas. Esta corrección considera las irregularidades de las masas topográficas relativas a la lámina de Bouguer. En coordenadas cartesianas la corrección de terreno es calculada por:

$$C_T = G \int_{\tau} \int_{z=Hn(P)}^{z=Hn} \frac{\bar{\rho} (z - Hn(P)) dx dy dz}{[(x_P - x)^2 + (y_P - y)^2 + (Hn(P) - z)^2]^{3/2}} \quad (04)$$

donde:

- $\tau$  indica el área de integración;
- $Hn(P)$  es la altura del punto  $P$  donde se va hacer el cálculo;
- $Hn$  es la altura del punto móvil ( que se desplaza a lo largo de  $\sigma$ );
- $x, y, z$  son las coordenadas del punto móvil;
- $x_P, y_P$  son las coordenadas del punto  $P$ .

De acuerdo a lo anterior, al realizar la corrección terreno usando el método de prismas, la ecuación (02) queda:

$$\Delta g_B = \Delta g_{AL} - 2\pi G \bar{\rho} Hn + C_T \quad (05)$$

### 3. RED NEURONAL ARTIFICIAL

Las Redes Neuronales Artificiales (RNA) surgieron de la observación del funcionamiento del cerebro humano. El cerebro puede ejecutar ciertas tareas complejas en una forma más rápida que las computadoras actuales. La razón es que el cerebro humano realiza los cálculos en forma paralela a través de la activación simultánea de millones de neuronas con el propósito de resolver un mismo problema.

Según Haykin (2001), el cerebro humano es una estructura no lineal y paralela, para el tratamiento de la información, que guarda el conocimiento entre las conexiones (sinapsis) que existen entre las neuronas. Esta definición muestra el paralelismo que existe entre la estructura cerebral biológica y las redes neuronales artificiales.

El proceso del flujo de la información consiste en que, los dendritos actúan como entradas en la cual reciben la información, que luego la pasa al cuerpo, y éste procesa esa información, y lo transmite por medio del axón, a los dendritos de las otras neuronas, formando de esta manera una red neuronal como puede ser observado en la figura 2.

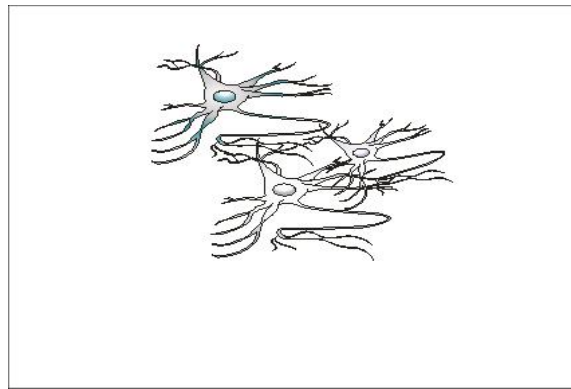


Figura 2. Red Neuronal

#### 3.1 Característica de una neurona artificial

Una neurona artificial es una estructura lógica-matemática que procura simular la forma, el comportamiento y las funciones de una neurona biológica, como se muestra en figura 3. Haciendo una analogía, los vectores de entrada vendrían a sustituir a los dendritos, cuyas conexiones con el cuerpo celular artificial son realizadas a través de los elementos llamados de *peso* (simulando a la sinapsis). Los estímulos captados por las entradas son procesados por la suma, y el límite de disparo de la neurona biológica es sustituido por la función de transferencia

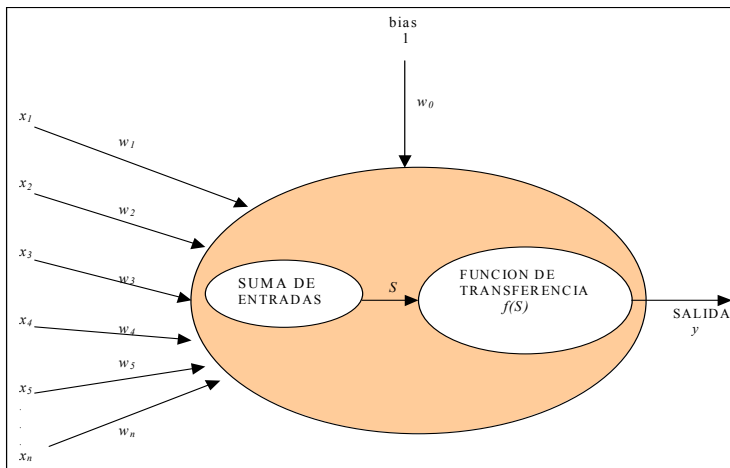


Figura 3. Pasos de Procesamiento en la Neurona Artificial

El modelo neuronal de la figura 3, también incluye un *bias*, que es aplicado como un parámetro externo a la neurona artificial. La función del *bias* tiene el efecto de aumentar o disminuir la entrada de la función de transferencia dependiendo si éste es positivo o negativo respectivamente. El *bias* es una entrada adicional que no viene de ninguna otra neurona, su valor es fijado en 1 y su peso es ajustado como cualquier otro peso.

Los impulsos recibidos de las otras neuronas son ponderados usando los pesos  $w_i$  que desempeña la función de simular la naturaleza inhibitoria o excitadora de las sinapsis, el cual refuerza o dificulta la generación de un impulso. En términos matemáticos, dentro de cada neurona es calculada la interacción entre las entradas y los pesos de las conexiones de la siguiente forma (Li & Bridgwater, 2000), (Loesch & Sari, 1996), (Haykin, 2001) :

$$S = \sum_{i=1}^n x_i w_i + w_0 \quad (06)$$

donde:

- $x_i$  son las señales de entrada;
- $w_i$  son los pesos sinápticos provenientes de las neuronas de la capa anterior;
- $w_0$  es el peso de la entrada del *bias*.

El resultado de la ecuación (06) es transmitido hacia una función de transferencia  $f(S)$  (Tierra&Kirby, 2007) , y obteniéndose la salida  $y_k$  de acuerdo a la ecuación (07)

$$y_k = f(S) \quad (07)$$

### 3.2 Red Neuronal Multicapa

Dependiendo de la distribución de las neuronas, del tipo de conexiones, las RNA pueden tener diferentes arquitecturas (Loesch & Sari 1996), una de ellas la RNA Multicapa(RNAM). La RNAM es una estructura que ha sido aplicada con mucho éxito en diferentes campos de la ciencia y de la ingeniería con el fin de resolver ciertos problemas que se tornaban difíciles con las metodologías conocidas.

La RNAM es una estructura que se encuentra organizada en capas y constituida por un conjunto de neuronas que están totalmente conectados entre si. Las neuronas de una capa admiten como sus entradas, a las salidas de las neuronas de las capas anteriores, pero no admite que las neuronas de la misma capa se conecten entre sí.

El flujo de la información va hacia delante (feedforward) de capa en capa, comenzando en la capa inicial, conectándose con todas las neuronas, hasta llegar a la capa de salida. La estructura de la RNAM tiene una “*alimentación progresiva hacia adelante*”. En este tipo de red no existe ningún tipo de conexiones entre las neuronas de la misma capa, ni con neuronas de las capas anteriores, ya sea esta en forma directa o indirectamente.

Básicamente, una RNAM esta constituida por 3 capas: La capa de entrada (inicial), la capa oculta , y la capa de salida (ver figura 4):

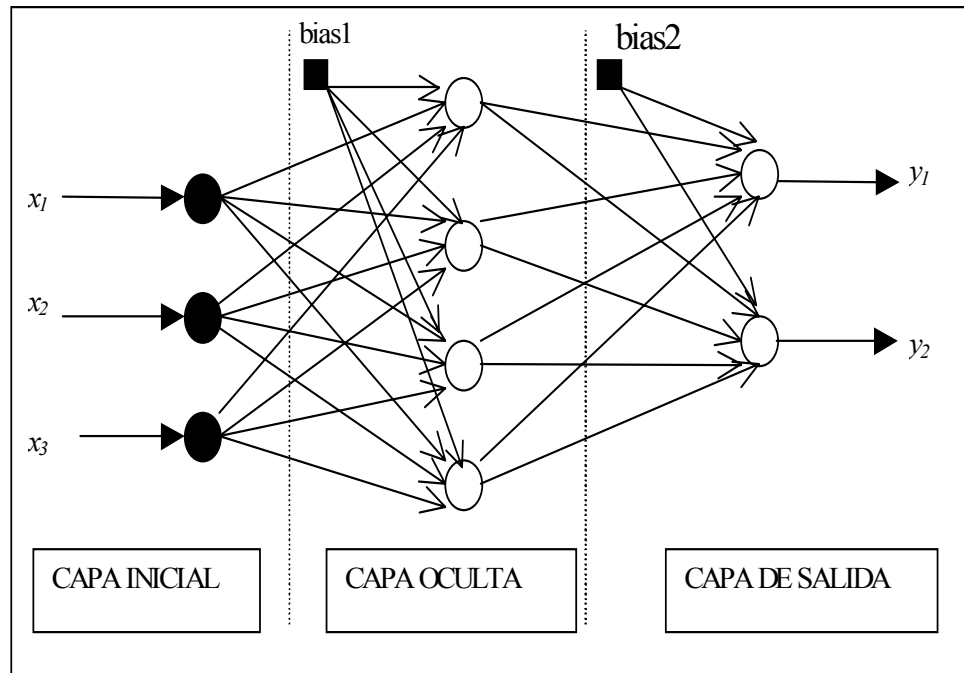


Figura 4. Red Neuronal Artificial Multicapa (RNAM)

### 3.3 Entrenamiento de la RNAM

Este tipo de red es entrenada mediante el algoritmo de aprendizaje conocido como *Retropropagación* (Backpropagation), que esta basado en la regla de aprendizaje por corrección del error (Haykin, 2001). La retropropagación es de tipo de aprendizaje supervisado, lo que significa que se debe disponer de datos de entrada, que servirán para el proceso de entrenamiento; y de datos de salida, que servirán para ir ajustando los pesos.

Estos pasos son realizados hasta que la red aprenda o alcance un buen desempeño, que es controlado mediante la utilización de un mecanismo de control conocido como de *error* ( $\epsilon$ ). Este error, en la capa de salida de la neurona  $j$ , es definido como la diferencia entre el valor deseado ( $d_j$ ) con el valor calculado ( $y_j$ ) por la red en el proceso feedforward, y dado por:

$$\epsilon_j = d_j - y_j \quad (08)$$

Este error, tiene como objetivo aplicar una secuencia de ajustes correctivos a los pesos sinápticos de la neurona  $j$ , con el fin de aproximar la señal de salida  $y_j$  de la respuesta deseada  $d_j$ . Este objetivo es alcanzado minimizando la función de costo, definido en función del error total de la red como:

$$\text{MSE} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{nn} \epsilon_j^2 \quad (09)$$

donde:

- nn es el número de neuronas en la capa de salida
- M es el número total de datos

El principal objetivo de la retropropagación es determinar cuales son los valores de los pesos y los *bias* que minimicen la función MSE, ajustando los pesos  $w_{ij}$ , de tal forma que, todos los vectores de entrada sea correctamente mapeados en las correspondientes salidas. Entonces, el proceso de aprendizaje puede ser visto como un problema de minimización de la función SCE definida en el espacio de los pesos  $W$ , esto es:

$$\frac{\partial \text{MSE}}{\partial w_{ij}} = 0 \quad (10)$$

donde  $w_{ij}$  indica el peso de la neurona  $j$  de la capa  $i$ .

Los pesos son actualizados y corregidos por un  $\Delta w_{ij}$  a partir de la última capa hasta la capa inicial. La adaptación de los pesos es realizada en una forma iterativa de acuerdo con:

$$w_{ij}(\mathbf{n} + 1) = w_{ij}(\mathbf{n}) + \Delta w_{ij}(\mathbf{n}) \quad (11)$$

El índice  $n$ , significa el número de la iteración.

El proceso feedforward-retropropagación es realizado hasta que el número de épocas o iteraciones, que se informó al inicio del entrenamiento, haya concluido. Otra forma de identificar la convergencia del algoritmo es mediante el error de la salida alcanzado, si este error es menor o igual al error que se impuso al inicio del entrenamiento, entonces se dice que la red ha terminado el entrenamiento.

Una vez que la red neuronal haya terminado su entrenamiento, ya se puede usar para predecir las salidas, a partir de otros valores en la entrada y que no intervinieron el proceso de aprendizaje.

#### 4. RESULTADOS

Con los datos gravimétricos obtenidos, se procedió al procesamiento, con el objetivo de generar una base de datos gravimétricos (BDG). En la parte del Ecuador Continental se pudo conseguir aproximadamente 11000 puntos gravimétricos. Cada punto contenía la latitud y longitud geodésica referida al WGS84, la altura nivelada a partir de datum vertical ubicado en la Libertad que esta referida al nivel medio de los mares en el mareógrafo, y los valores de gravedad observada sobre la superficie terrestre y referidos al sistema gravimétrico IGSN71 (Internacional Gravity Standardization Net 1971) (Torgue, 1989). Los valores de densidad media de la columna geológica calculados para los 11000 puntos, se determinaron a partir del Modelo Digital de Variación Lateral de Densidades – MDVLD y fueron usados para la corrección de la lámina de Bouguer. Para la corrección del terreno se uso la media de todo el Ecuador. Las diferencias alcanzadas, comparadas con la densidad de  $2.67 \text{ g/cm}^3$  llegaron hasta 15 miligal para la lámina de Bouguer y de 7 miligal para la corrección del terreno (Tierra. Et. al, 2007).

En la tabla 4, se muestra las estadísticas obtenidas en la anomalías de Bouguer Completa cuando se compara los resultados usando la densidad común con una variación de densidad lateral. Las diferencias en las anomalías de Bouguer Completa pueden llegar hasta 14mGal y tener una amplitud de aproximadamente 27mGal. Estos resultados fueron obtenidos en el área de Ecuador, donde la estructura geológica y geomorfológica es muy variable.

Tabla 4 – Diferencias en las Anomalías de Bouguer Completa debido a la densidad

Estadísticas	Diferencias de Anomalías de Bouguer Completa (mGal)
Media aritmética	2,77
Desviación estándar	2,91
Mínima diferencia	-14,18
Máxima diferencia	13,84

Para la generación de una malla de anomalías gravimétricas de Bouguer Completa, se entrenó una red neuronal artificial. La figura 5, muestra la arquitectura de la RNA entrenada.

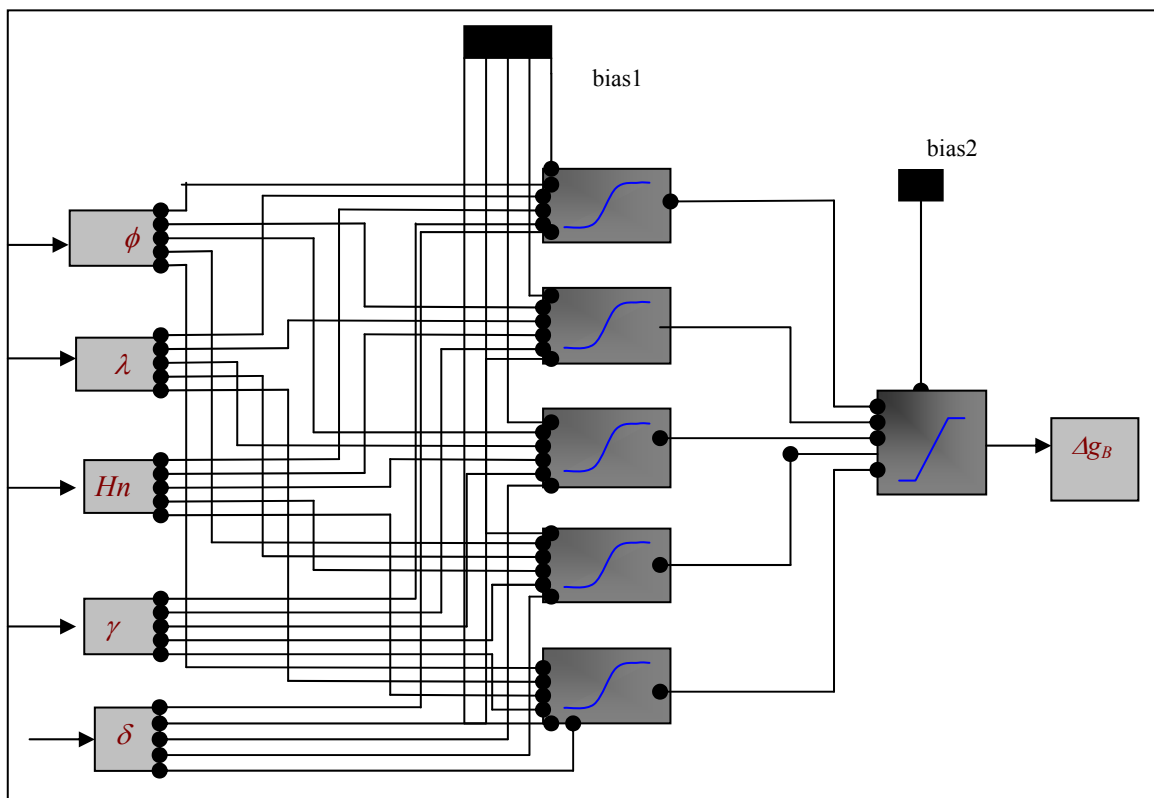


Figura 5. Arquitectura de la RNA [5 45 1] entrenada

Con la RNA entrenada, se procedió a generar la malla de Anomalías de Bouguer Completa con una grilla regular de 5kmx5km. La figura 6, muestra el resultado obtenido con la utilización de la metodología utilizada.

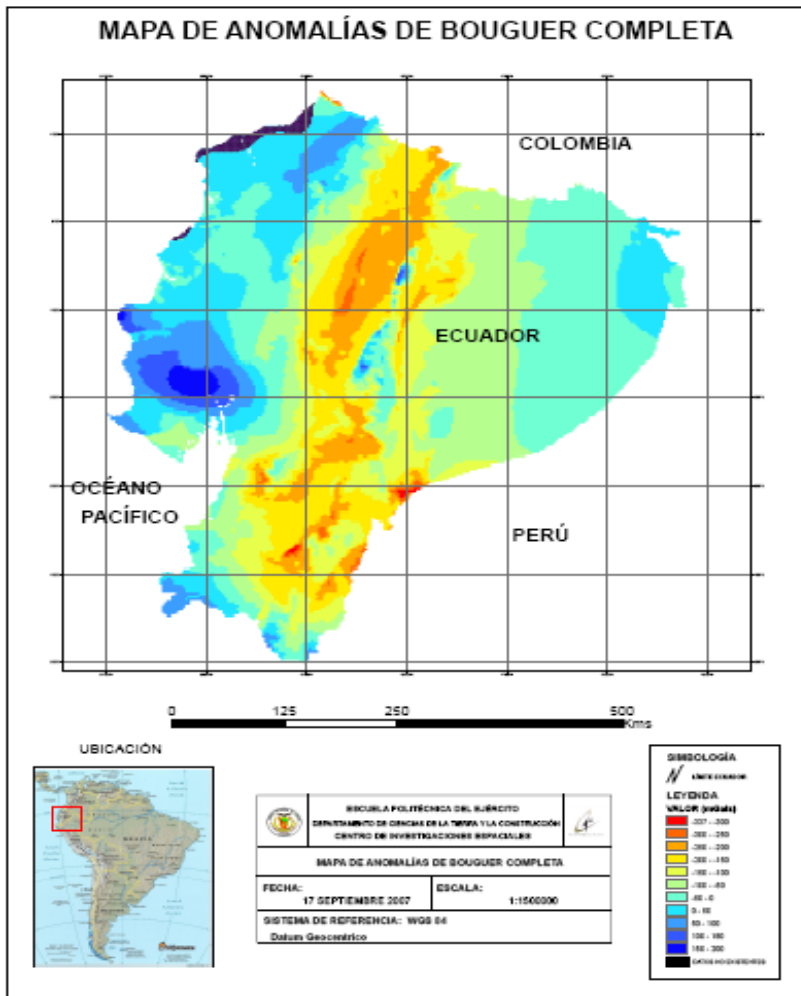


Figura 6. Mapa de Anomalías de Bouguer Completa para el Ecuador Continental

## 5. CONCLUSIONES

Con los resultados obtenidos en la realización de esta investigación, se puede concluir lo siguiente:

- El uso de una densidad media de la columna geológica desde la superficie de la Tierra hasta el geoide, hace que en el cálculo de la corrección debido a la lámina de Bouguer exista una variación a partir de los -11mGal hasta 15mGal, cuando comparado con la densidad de  $2.67 \text{ g/cm}^3$ .
- Para el cálculo de la corrección del terreno, la densidad media del área de estudio fue utilizada  $2.5 \text{ g/cm}^3$  en vez de  $2.67 \text{ g/cm}^3$ , existiendo una diferencia de  $0.17 \text{ g/cm}^3$ . Esta diferencia en el valor de la densidad, provoca que exista variaciones que llegan hasta los 7 mGals.
- Usando un modelo digital de de variación lateral de densidades MDVLD, conjuntamente con el DTM del SRTM, las anomalías de Bouguer fueron mejoradas en 14 mGal.
- La técnica de Redes Neuronales Artificiales, se presenta como un método promisorio para poder ser usado como método de interpolación en la generación de mallas gravimétricas, dando muy buenos resultados especialmente cuando se dispone de datos dispersos.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Subcomisión de Gravedad y Geoides, en especial al Dr. Denizar Blitzkow de la Universidad de São Paulo Brasil, por haber facilitado datos de gravimetría del Ecuador. A la Escuela Politécnica del Ejército a través del Vicerrectorado de Investigaciones y al Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción por el financiamiento entregado para que se lleve a cabo esta investigación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bajracharya, S; Kotsakis, C; Sideris, M. 2002. Aliasing Effects in Terrain Correction Computation Using Constant and Lateral Density Variation. Enviado em: <correio eletrônico>. Ingresado en: Junio.
- Fosberg, R. 1994. *Terrain Effects in Geoid Computations*. IN: Lectures Notes in the International School for the Determination and Use of the Geoid. International Geoid Service. Milan.
- Gemael, C. 1999. *Introdução à Geodesia Física*. UFPR. Curitiba, Brasil.
- Haykin, S. 2001. *Redes Neurais: Principios e Prática*. 2. ed. New Jersey: Prentice Hall.
- Heiskanen, W.; Moritz, H. 1967. *Physical Geodesy*. W.H. Freeman. London.
- Li, Y; Bridgwater, J. 2000. Prediction of Extrusion Pressure Using an Artificial Neural Network. *Powder Technology*, 108, p. 65-73
- Loesch, C.; Sari, S. 1996. *Redes Neurais Artificiais. Fundamentos e Modelos*. Blumenau: FURB. Brasil
- Moritz, H. 1980. *Advanced Physical Geodesy*. H. Wichmann Verlag, Karlsruhe, 1980.
- Smith, W ; Wessel, P. 1990. Gridding with Continuous Curvature Splines in Tension. *Geophysics*, v. 55, n. 3.
- Tierra, A. & De Freitas, S. 2002. Predicting Free-Air Gravity Anomaly Using Artificial Neural Network. *Vertical Reference Systems*, International Association of Geodesy Symposia. Springer, v. 124, p. 215-218,
- Tierra, A. & De Freitas, S. 2003. Predicción de Anomalías de Bouguer Mediante una Red Neuronal Artificial. *Revista Geofísica*. IPGH. México. V.59, p 99-119.
- Tierra, A, Kirby, E. 2006. Anomalías de Gravedad de Bouguer Simple Usando um Modelo Digital de Variación Lateral de Densidades. *Revista CIENCIA*. v. 9, N. 2, p.163-172.
- Tierra, A.; De Freitas, S.; Kirby, E. 2007. *El Modelo Digital de Variación Lateral de Densidades y el SRTM en el cálculo de las Anomalías de Bouguer*. UNESP. Brasil. V Coloquio de Ciencias Geodésicas Brasileiras. São Paulo.
- Torge, W. 1989. *Gravimetry*. New York: De Gruyter.
- Vanicek, P.; Novack, P; Martinec, Z. 2001. Geoid, Topography, and the Bouguer Plate or shell. *Journal of Geodesy*, 9,4, p 210-215.

