Determinación de ondulaciones geoidales residuales del Ecuador continental

A R. Tierra
Centro de Investigaciones Espaciales – CIE, Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción, Escuela Politécnica del Ejército - ESPE. Sangolquí - Ecuador Av. El Progreso S/N, tel:2334097, atierra@espe.edu.ec

M.E. Jijón
Carrera de Ingeniería Geográfica y del Medio Ambiente, Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción, Escuela Politécnica del Ejército – ESPE, Sangolquí – Ecuador Av. El Progreso, S/N. tel:2334097, majijpa@gmail.com

RESUMEN: Los sistemas de posicionamiento por satélites entregan al usuario coordenadas cartesianas (X,Y,Z) referidas a un sistema de referencia, cuyo origen es el geocentro, pero también vía transformaciones se puede obtener coordenadas geodésicas (latitud, longitud y altura elipsoidal (altura de carácter geométrico)) . Sin embargo, para muchos fines, lo que se necesita es conocer una altura con características físicas, como es el caso de la altura referida al el nivel medio de los mares, o una altura referida al Geoide. La búsqueda de una superficie de referencia para alturas con significado físico (Geoide) ha sido, es y continuará siendo, una necesidad básica y una tarea fundamental en la mayoría de países, con el objetivo de integrarlo con otras tecnologías, tanto para fines científicos como prácticos.
El objetivo de esta investigación es determinar las ondulaciones geoidales residuales, referidas al Co-Geoide, mediante la aplicación de la Integral de Stokes para lo cual se utilizó la metodología de integración de datos heterogéneos provenientes del Modelo Geopotencial EGM96, Modelo Digital del Terreno-SRTM, Modelo Digital de Variación Lateral de Densidades y datos provenientes de levantamientos gravimétricos.
La técnica para calcular las ondulaciones geoidales es mediante la solución de la integral de Stokes siendo necesario que se conozca los valores de la gravedad en forma continua y en toda la superficie de la Tierra y que además no exista masa alguna encima del geoide. En la práctica, estos valores son obtenidos en una determinada área, en forma discreta e irregular, principalmente siguiendo los ríos y caminos. Haciéndose necesario se realice reducciones gravimétricas de las masas existentes hacia el geoide. Existe varias formar de reducir los valores de gravedad hacia el geoide, uno de ellos es la conocida como Segunda Condensación de Helmert, en la cual las masas existentes encima del geoide son condensadas hacia ella, provocando de esta manera que la aplicación de la integral de Stokes no sea referida al Geoide sino a otra superficie conocida como Co-geoide.
Los resultados preliminares obtenidos con la aplicación de esta metodología y con los datos gravimétricos obtenidos, indican que la mayor parte de nuestro país la separación entre el geoide y el cogeoide es menor a 4m, y el valor de la desviación estándar en todo el país puede alcanzar aproximadamente 2m.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad el Ecuador no dispone de un modelo geoidal gravimétrico el cual permita efectuar la transformación de alturas geométricas referidas al elipsoide de referencia y las alturas ortométricas referidas al geoide manteniendo la calidad de las alturas obtenidas con GPS; por esta razón previo a la obtención de este modelo es necesario determinar las ondulaciones geoidales residuales usando la integral de Stokes.
En nuestro país, los datos gravimétricos fueron observados en forma dispersa, irregular y en diferentes épocas, generando áreas sin ninguna información, por lo que se realizará métodos de interpolación para la generación de mallas de anomalías de gravedad.

2. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

2.1 Potencial De Gravedad

La atracción gravitacional producida por un cuerpo de masa M para puntos exteriores del mismo, es derivada de un potencial armónico. Para la aplicación de atracción gravitacional en el estudio de campo de gravedad terrestre y sus relaciones con la forma de la Tierra van a ser necesarias algunas consideraciones adicionales.

El vector gravedad, en un punto de la superficie terrestre es la fuerza resultante de la fuerza de atracción gravitacional $\vec{F}$ y la fuerza centrifuga $\vec{C}$.Estas dos fuerzas actúan sobre un cuerpo donde la gravedad $\vec{g}$ se expresa como la suma vectorial de ambas ($\vec{F}$ y $\vec{C}$), conforme la ecuación1

$$\vec{g} = \vec{F} + \vec{C} \tag{1}$$

La fuerza que se da por la rotación de la Tierra se denomina fuerza centrifuga y su dirección es siempre perpendicular al eje de rotación. La fuerza centrífuga esta dada por: (ecuación 2)

$$\vec{C} = \omega^2 * \vec{d} \tag{2}$$

Donde: ω = Representa la velocidad angular de rotación de la Tierra; $\vec{d}$ = Es el vector definido por la separación entre el punto y el eje de rotación

Esta dado que en el Ecuador la fuerza centrífuga es de 3392 cm. seg^{-2}, además se puede acotar que en los polos la fuerza centrífuga es nula. (Catalao J., 2000)

El potencial de gravedad (W) o geopotencial esta expresado por la suma del potencial de atracción (V) y el potencial centrífugo (Φ), conforme a la ecuación 3.

$$W = V + \Phi \tag{3}$$

El campo de gravedad, siendo un campo vectorial, posee magnitud, dirección y sentido. La magnitud puede ser obtenida a través de determinaciones relativas o absolutas mediante el uso de gravímetros. La unidad de medida de gravedades el **Gal**, y que esta determinado por la relación:

1 Gal = 1 cm/s^2

2.2 Campo De Gravedad De La Tierra Real

2.2.1 Geopotencial

El geopotencial (W) es el potencial de la tierra real o verdadera y es proveniente de las masas terrestres y de la rotación del planeta.

El geopotencial en cualquier punto en coordenadas cartesianas geocéntricas en la rotación de la Tierra verdadera se expresa de la siguiente forma: (Heinskanen & Moritz, 1985)

$$W(x;y;z) = V(x;y;z) + \Phi(x;y;0) \tag{4}$$

V está dado por:

$$V(X,Y,Z) = G\iiint \frac{\rho_{(x',y',z')}\, dx'\,dy'\,dz'}{l} \tag{5}$$

Donde: *l= es* la distancia entre el elemento de masa atraída y el punto atraído; *dx'dy'dz' = dv =* que es el elemento de volumen de masa atraída; ρ = *es* la densidad de la masa atraída; *G = es* la constante gravitacional universal.

Y Φ, dado por:

$$\Phi(X,Y,0)=\frac{1}{2}\,\omega^2\ (X^2+Y^2) \tag{6}$$

Donde: ω = es la velocidad angular de rotación de la Tierra.

Aplicando el operador gradiente de la ecuación (6), se obtiene el vector de gravedad, esto es:

$$\vec{g}=grad\ \ (W) \tag{7}$$

En el sistema cartesiano se tiene:

$$\vec{g}=\frac{\partial W}{\partial X}i+\frac{\partial W}{\partial Y}j+\frac{\partial W}{\partial Z}k \tag{8}$$

Aplicando el operador De Laplace (Δ) al potencial gravitacional *V* (ecuación 6) en el exterior de la superficie terrestre, se cumple que**:** $\Delta V = 0$, esto es, *V* es una función armónica, y expresado en el punto P mediante coordenadas polares por la distancia geocéntrica *r*, co-latitud geocéntrica θ, y longitud λ (Rapp, 1994) (Tierra, 2003) por:

$$V(r,\theta,\lambda)=\frac{GM}{r}\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n\ \sum_{m=-n}^{n}C_{nm}\ Y_{nm}(\theta,\lambda)\right] \tag{9}$$

Donde: *GM =* es la constante gravitacional geocéntrica; *a* = es el semieje mayor del elipsoide de referencia; C_{nm} = son los coeficientes plenamente normalizados de grado *n* y orden *m*, del potencial gravitacional desenvuelto en armónicos esféricos*;* Y_{nm}= son los armónicos esféricos de superficie plenamente normalizados.

De forma similar o potencial centrífugo es:

$$\Phi=\frac{1}{2}\omega^2\ r^2\ sen^2\theta \tag{10}$$

2.3 Campo De Gravedad De La Tierra Normal

La denominación de la Tierra Normal esta dada por la figura geométrica llamada elipsoide de revolución, cuyo centro coincide con el geocentro y el semieje menor con el eje de rotación terrestre, además posee la misma masa de la Tierra Real o Verdadera con distribución homogénea, incluido la masa de la atmósfera y misma velocidad de rotación.

Vinculado con la Tierra Normal esta el potencial de gravedad de Tierra Normal o Esferopotencial (*U*), el cual esta dado por la suma de los potenciales de atracción de la Tierra normal (*Z*) y el potencial centrífuga (Φ):

$$U=Z+\Phi \tag{11}$$

Donde: *Z*= es el potencial gravitacional del elipsoide; Φ = es el potencial de rotación o centrífugo y es igual a la ecuación (10)

2.3.1 Esferopotencial

Como se dijo anteriormente el esferopotencial (*U*) es el potencial de la Tierra Normal; el valor de *U* en cada punto depende de las dimensiones del elipsoide que se tome como referencia (que aparecen en la expresión de U en los límites de integración y en el radio del paralelo r).

$$U = G\int\int_{elips}\int \rho \frac{dv}{l} + \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \qquad (12)$$

Como el potencial gravitacional (Z) (expresado en la ecuación 12) en el exterior de las masas, cumple con la ecuación de Laplace $\boldsymbol{\Delta Z = 0}$, entonces se lo puede representar al esferopotencial (U) de la forma:

$$U = \left(\frac{GM}{r}\right)\left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}\left(\frac{a}{r}\right)^{2n} P_{2n}(\theta)\right] + \frac{1}{2}\omega^2\ r^2\ sen^2\theta \qquad (13)$$

J_{2n} son los coeficientes zonales pares igual a:

$$J_{2n} = (-1)^{n+1}\left[1 - n + \frac{5n(C-A)}{Mc^2}\right]\frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \qquad (14)$$

Siendo: c = es la semidistancia focal; e = es la excentricidad principal; A, C son los momentos de inercia de la Tierra en relación a los ejes X y Z, respectivamente; M = es la masa de la Tierra (incluída la masa atmosférica).

Aplicando el operador gradiente a U (ecuación 11), se tiene el vector gravedad normal

$$\vec{\gamma} = grad\ (U) \qquad (15)$$

La magnitud de este vector se denomina como gravedad normal (γ), y puede ser calculada por la denominada fórmula de Somiglania(Tierra et. Al., 2007):

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + ksen^2\phi}{\sqrt{1 - e^2 sen^2\phi}} \qquad (16)$$

Con:

$$k = \frac{b\ \gamma_p}{a\gamma_e} - 1 \qquad (17)$$

Considerando los parámetros de acuerdo al sistema WGS84 con los siguientes valores:

γ_p	978032.53359 mgal, es la gravedad normal en el polo.
γ_e	983218.49378 mgal, es la gravedad normal en el Ecuador.
e^2	es el valor de la primera excentricidad.
a, b	son los semiejes del elipsoide;
ϕ	es la latitud del punto sobre el elipsoide.

2.4 *Potencial Perturbador O Anómalo*

El Potencial perturbador o potencial anómalo, (T) es la diferencia entre el potencial W de la gravedad real y U de gravedad normal en el mismo punto.

$$T(x, y, z) = W(x, y, z) - U(x, y, z) \qquad (18)$$

Matemáticamente, este potencial puede ser considerado como el potencial generado por las "masas anómalas", estas masas transforman a la Tierra Normal en Tierra Verdadera. La suma de masas anómalas, positivas y negativas es nula; pues se admite que la tierra normal y la verdadera poseen masas iguales.

Tanto el geopotencial (*W*) cuanto el esferopotencial (*U*) tiene el mismo potencial centrífugo (Φ), por lo que *T* (potencial anómalo) es también la diferencia entre los potenciales gravitacionales, según la forma:

$$T_P = V_P - Z_P \tag{19}$$

2.5 *Anomalías De Gravedad*

La anomalía de gravedad (Δg) es definida como la diferencia entre la gravedad real (g) (observada) en el punto P (sobre el Geoide) y la gravedad normal (γ) (teórica) calculada en el punto Q (sobre el elipsoide de referencia). Además podemos definir que la distancia que existe entre el geoide y el elipsoide se llama altitud del geoide u ondulación geoidal (N).
La expresión que se utiliza para definir la anomalía de gravedad se la representa mediante la siguiente fórmula:

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \tag{20}$$

2.5.1 Anomalía De Aire Libre

La anomalía de aire libre (Δg_{AL}) es la resultante obtenida después de la aplicación de la corrección de aire libre (C_{AL}), al valor de gravedad (*g*) para poder reducirla al geoide, la cual se expresa mediante la siguiente fórmula:

$$\Delta g_{AL} = g + C_{AL} - \gamma \tag{21}$$

La reducción de aire libre considera solamente el efecto de la diferencia de altitud entre el punto de observación en el geoide y no hace ninguna consideración respecto a la densidad de masas entre ellas.
El valor de gravedad (g) se calcula mediante la siguiente expresión:

$$g = g^{obs} + \delta g_A \tag{22}$$

Donde: g^{obs} = es el valor de la gravedad observada sobre la superficie terrestre; δg_A = es la corrección atmosférica
La corrección atmosférica esta dada por la siguiente expresión (Sjoberg, 1998):

$$\delta g_A = 0.87 * e^{-0.116\, Hn^{1.047}} \tag{23}$$

Donde: *Hn* = es la altura nivelada (en m) de un punto de observación respecto al nivel medio de los mares.
La corrección atmosférica evalúa el efecto de atracción gravitatoria producido por la masa de aire situada sobre el instrumento. Esta corrección es máxima para el nivel del mar (Hn = 0) (en metros). y disminuye, exponencialmente, según la elevación del punto.
La variable C_{AL} es la reducción o corrección de aire libre, consiste en la reducción de la estación de la superficie topográfica (valores receptados por gravímetro) al geoide, usando un gradiente teórico de gravedad, sin considerar el efecto gravitacional de las masas entre las dos superficies. Considerando de esta manera solamente el efecto de la diferencia de altura entre el punto de observación y el Geoide. De acuerdo a la expresión según Heiskanen & Moritz (1985) se tiene:

$$C_{AL} = -\frac{\partial g}{\partial H} H \tag{24}$$

Siendo $\partial g/\partial H$ el gradiente vertical de gravedad; debido a su no conocimiento, para muchos fines se puede utilizar el gradiente de gravedad normal ($\partial\gamma/\partial h$), y en vez de H la altura nivelada Hn (en metros), obteniendo C_{AL} en mGal de la siguiente forma:

$$C_{AL} \cong -\left[\left(\frac{\partial\gamma}{\partial h}\right)Hn + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\gamma}{\partial h^2}\right)Hn^2\right] \tag{25}$$

El gradiente de gravedad normal se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\frac{\partial\gamma}{\partial h} = -\frac{2\gamma}{a}\left(1 + f - 2fsen^2\phi + \frac{3}{2}f^2 - 2f^2sen^2\phi + \frac{1}{2}f^2sen^4\phi\right) - 2\omega^2 \tag{26}$$

$$\frac{\partial^2\gamma}{\partial h^2} = \frac{6\gamma}{a^2(1 - fsen^2\phi)^2} \tag{27}$$

Siendo: γ = la gravedad normal calculada en mGal; f = es el achatamiento del elipsoide de referencia; ϕ = es la latitud del punto sobre el elipsoide; a = es el semieje mayor del elipsoide de referencia; ω = velocidad angular de rotación de la Tierra ($0.72921151*10^{-4}$ seg^{-1})
Para el Ecuador el valor aproximado para este cálculo se desprende de la siguiente expresión (Ordoñez , 2007):

$$C_{AL} \cong 0.307716Hn - 7.21*10^{-8}Hn^2 \tag{28}$$

Como se mencionó en la expresión (21), en la anomalía de aire libre se necesita el valor de γ (gravedad normal), la cual se puede calcular mediante la fórmula Somiglania, de acuerdo a las expresiones; (16).

2.5.2 Corrección del Terreno

Esta corrección debe ser aplicada a las anomalías gravimétricas. También es conocida como corrección por relieve, toma en cuenta las irregularidades de la topografía. Así como la corrección atmosférica, esta corrección se aplica a fin de satisfacer las condiciones del problema del valor del contorno.
Según Forsberg (1994), la corrección de terreno se calcula considerando la irregularidad de las masas topográficas para coordenadas cartesianas de la siguiente forma:

$$C_T = G\bar{\rho}\iint_{\tau}\int_{z=Hn_{(p)}}^{z=Hn} \frac{(z - Hn_{(p)})}{\left[(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + (Hn_{(p)} - z)^2\right]^{3/2}} dxdydz \tag{29}$$

Donde:

- τ indica el área de integración,
- $Hn_{(p)}$ es la altura del punto P donde se realiza el cálculo de C_T,
- Hn es la altura del punto móvil (punto que se traslada a lo largo de τ)
- $\bar{\rho}$ valor medio de densidad,
- x , y , z son las coordenadas del punto móvil,

x_p , y_p son las coordenadas del punto *P*.

Para la evaluación acerca de la influencia del terreno en las observaciones gravimétricas existen varios métodos como el de plantillas o el de prismas; en este estudio se planteo la utilización de integración de prismas en la corrección generada por Forsberg.

2.5.3 Efecto Indirecto De La Topografía

La remoción y distribución de masas que conllevan las reducciones de la gravedad hacen variar el potencial de gravedad y por tanto el geoide. Esta variación del geoide es un efecto indirecto de las reducciones gravimétricas. De esta manera, la superficie calculada por la formula de Stokes (ver sección 2.6) a partir de las anomalías isostáticas, no es el geoide mismo sino es una superficie un poco diferente denominada co-geoide. Para cada reducción de gravedad se obtiene un co-geoide diferente.

La separación entre el geoide y el co-geoide se denomina efecto indirecto (N_{ind}) y esta dada por la aplicación de la fórmula de Bruns a la diferencia del potencial δW.

$$N_{ind} = \frac{\delta W}{\gamma} \tag{30}$$

Mas allá, la variación sufrida por el potencial implica una alteración en el valor de la gravedad reducida al geoide, por lo que, antes de aplicación de la formula de Stokes, las anomalías deben ser reducidas al co-geoide mediante la siguiente fórmula:(Tierra, 2003)

$$\delta g = \frac{\partial g}{\partial h} N_{ind} \tag{31}$$

Donde: δg = conocida como efecto indirecto sobre la gravedad y sus valores en general son de orden de pocos mGal.

El efecto indirecto del terreno en el Geoide debido a la segunda condensación de Helmert está dado por la siguiente expresión:

$$N_{ind} = -\frac{\pi G \bar{\rho} Hn_{(P)}^2}{\gamma} - \frac{G\bar{\rho}}{6\gamma} \iint_\sigma \frac{Hn^3 - Hn_{(P)}^3}{l_0^3} dxdy \tag{32}$$

Debido a que el segundo término de la expresión (33) es muy bajo, no será tomado en cuenta por efectos mínimos en el desarrollo final, entonces la ecuación queda de la siguiente forma. (Tierra A., 2003)

$$N_{ind} = -\frac{\pi G \bar{\rho} Hn_{(P)}^2}{\gamma} \tag{33}$$

Donde: $Hn_{(P)}$ = es la altura del punto de cálculo en cm.; π = valor de PI=3.14151692654; G = constante de gravitación universal $6.672*10^{-11}$ m^3 / $Kg^1 s^2$; $\bar{\rho}$ = densidad media de capa punto en unidades (kg/m^3); γ = es el valor de la gravedad normal en mGals.

2.5.4 Segunda Condensación De Helmert

La reducción o condensación de Helmert, no elimina las masas topográficas, sino que las condensadas de modo que forman una capa superficial sobre el geoide, llamada cogeoide.

Matemáticamente la anomalía de gravedad resultante de la condensación de Helmert obtenida sobre el co-geoide se puede expresar:

$$\Delta g_H = \Delta g_{AL} + C_T + \delta g \tag{34}$$

Donde: Δg_{AL} = anomalías de aire libre; C_T = corrección del terreno; δg = efecto indirecto sobre la gravedad

El método de condensación de Helmert consiste en las siguientes etapas: (Gemael,, 1999) (Tierra, 2003):

- Remoción de las masas sobre el Geoide $-2\pi G\overline{\rho}Hn$
- Reducción al Geoide vía corrección de aire libre C_{AL}
- Corrección del terreno C_T
- Restaurar las masas condensadas $2\pi G\overline{\rho}Hn$

2.6 Fórmula de Stokes

El método de Stokes consiste en la determinación del potencial perturbador *T* sobre y fuera de una esfera de radio $R = r$ (radio medio de la tierra), sobre el cual se conocen los valores de anomalía de gravedad Δg, suponiendo que *T* es una función armónica $\Delta T = 0$ fuera de esta esfera.
Como *R* esta dado por el radio medio de la Tierra. Esta ecuación pertenece a los valores de la frontera, y puede ser usada, en conjunto con $(\Delta T = 0)$, como un problema del valor de la frontera del tipo mixto envuelto en la función *T* y en su derivada $\delta T/\delta H$, ambas referidas al geoide; entonces el potencial perturbador $T(R,\theta,\lambda)$ es calculado por:

$$T = \frac{R}{4\pi}\iint_\sigma \Delta g \; S(\Psi) \, d\sigma \tag{35}$$

La fórmula de Burns, la cual relaciona la ondulación geoidal (*N*) con el potencial perturbador (*T*), a través de la gravedad normal (γ), esta dada por: (Heiskanen & Moritz, 1985)

$$N = \frac{T}{\gamma} \tag{36}$$

De esta manera, la fórmula de Stokes que calcula la ondulación geoidal con base en las anomalías de gravedad debe ser escrita de la siguiente forma:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma}\iint_\sigma \Delta g \; S(\Psi) \, d\sigma \tag{37}$$

Donde:

σ indica el área de integración;
R es el radio medio de la Tierra
γ es el valor de la gravedad normal;
Δg son los valores de las anomalías residuales medidas al igual que la gravedad normal en miliGals;
(Ψ) distancia esférica entre el punto dado de la anomalía de gravedad y el punto a ser calculado
$S(\Psi)$ es la conocida función de Stokes

Siendo la función de Stokes $S(\Psi)$ conocida mediante la siguiente expresión:

$$S(\Psi) = \frac{1}{sen\frac{\Psi}{2}} - 6sen\frac{\Psi}{2} + 1 - 5\cos\Psi - 3\cos\Psi \ln(sen\frac{\Psi}{2} + sen^2\frac{\Psi}{2}) \qquad (38)$$

2.7 Ondulaciones Geoidales Residuales Respecto Al Cogeoide

Las ondulaciones geoidales residuales respecto al cogeoide, se calcula a través de la función de Stokes utilizando como datos de entrada las anomalías gravimétricas residuales.

A continuación se representa la metodología para el cálculo de las ondulaciones residuales respecto al cogeoide.

$$\boxed{\text{ANOMALIAS RESIDUALES}}$$
$$\downarrow$$
$$\boxed{\text{INTEGRAL DE STOKES}}$$
$$\downarrow$$
$$\boxed{\text{ONDULACIONES RESIDUALES RESPECTO AL COGEOIDE}}$$

3. RESULTADOS

Para la realización de éste proyecto se recolectaron 11017 puntos a lo largo del Ecuador Continental representados en la figura 1, además se grafican los puntos de gravedad de Colombia y Perú como el área de influencia; estos datos servirán para el cumplimiento del objetivo principal del proyecto.

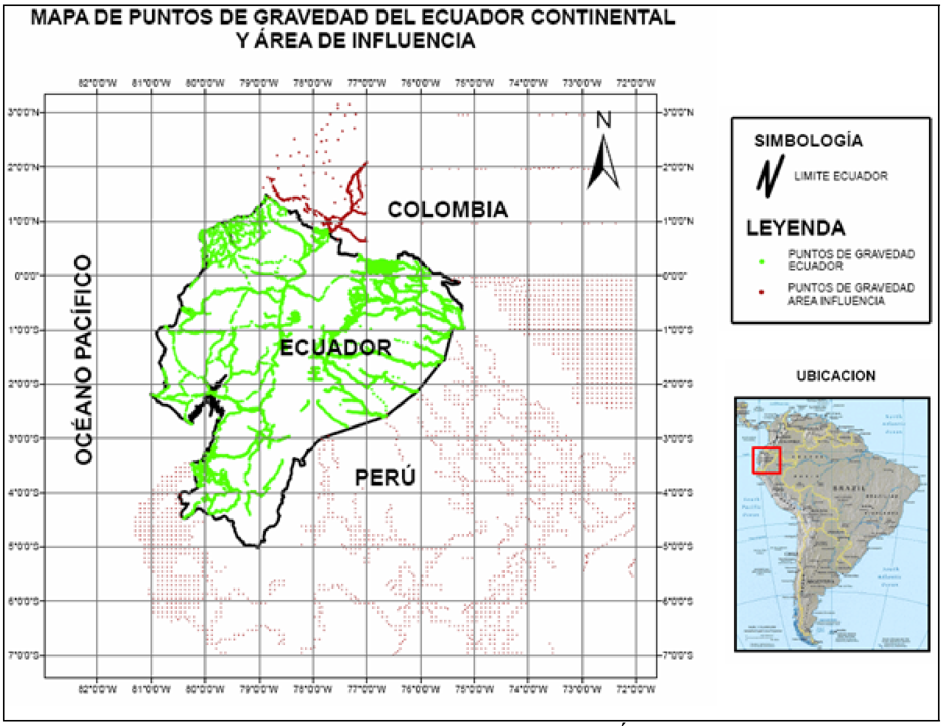

Figura 1. Puntos de Gravedad del Ecuador Continental y Área de Influencia

La fuente de estas observaciones gravimétricas en la superficie terrestre ha sido la Subcomisión de Gravedad y Geoide para América del Sur – SBCGGAS, y para la parte marina fue obtenida de Sandell (1990).

Una parte de los resultados de las ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide son mostrados en la tabla 1.

Tabla 1. Valores De Ondulaciones Geoidales Residuales Muestra 20 Puntos (m)

ID	LAT (º)	LONG (º)	ALT NIVEL (m)	ANOM_RESID (mGal)	OND_RESID_CO-GEOIDE (m)
	ϕ	λ	Hn	Δg_{res}	N^C
1	0.842	-79.919	7.628	11.143	2.794
2	0.859	-79.874	4.227	6.155	2.772
3	0.884	-79.809	9.570	-11.307	2.826
4	0.881	-79.745	173.984	-1.694	2.765
5	0.927	-79.692	18.175	-13.634	2.776
6	0.893	-79.664	45.032	-9.971	2.600
7	0.919	-79.641	8.841	-9.828	2.650
8	0.974	-79.624	8.227	-2.122	2.729
9	0.994	-79.563	17.979	9.429	2.665
10	1.030	-79.483	8.634	25.590	2.624
11	1.070	-79.412	6.868	25.964	2.493
12	1.059	-79.363	35.999	43.450	2.399
13	1.039	-79.292	82.215	31.516	2.204
14	1.053	-79.234	15.964	12.067	2.120
15	1.083	-79.171	15.924	7.913	2.035
16	1.135	-79.107	3.366	8.078	1.964
17	1.210	-79.045	2.323	7.370	1.909
18	1.051	-79.086	24.325	3.771	1.827
19	-0.219	-80.273	14.776	24.173	3.130
20	-0.194	-80.254	10.217	26.116	3.108

Los resultados obtenidos de la anomalía resultante de la segunda condensación de Helmert, de las anomalías residuales y las ondulaciones geoidales residuales respecto al cogeoide están representados en las tablas 2, 3, 4 respectivamente.

Tabla 2. RESUMEN ESTADÍSTICO DE LA ANOMALIA RESULTANTE 2DA CONDENSACIÓN DE HELMERT (mGal)

Media (mGal)	23.554
Desviación estándar (mGal)	69.808
Varianza de la muestra ($mGal^2$)	4873.162
Mínimo (mGal)	-159.510
Máximo (mGal)	364.332
Suma (mGal)	259492.521
Cuenta	11017

Tabla 3 RESUMEN ESTADÍSTICO DE LAS ANOMALÍAS RESIDUALES (mGal)	
Media (mGal)	-3.112
Desviación estándar (mGal)	39.794
Varianza de la muestra (mGal^2)	1583.600
Mínimo (mGal)	-199.762
Máximo (mGal)	204.474
Suma (mGal)	-34282.223
Cuenta	11017

Tabla 4 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES RESPECTO AL CO-GEOIDE (m)	
Media (m)	-1.033
Desviación estándar (m)	2.032
Varianza de la muestra (m^2)	4.131
Mínimo (m)	-8.566
Máximo (m)	3.308
Suma (m)	-11375.890
Cuenta	11017

Para mejor detalle visual se ha representado a través del mapa de ondulaciones residuales del Ecuador continental (figura. 2) en el cual se representan las ondulaciones geoidales residuales respecto al cogeoide del Ecuador Continental.

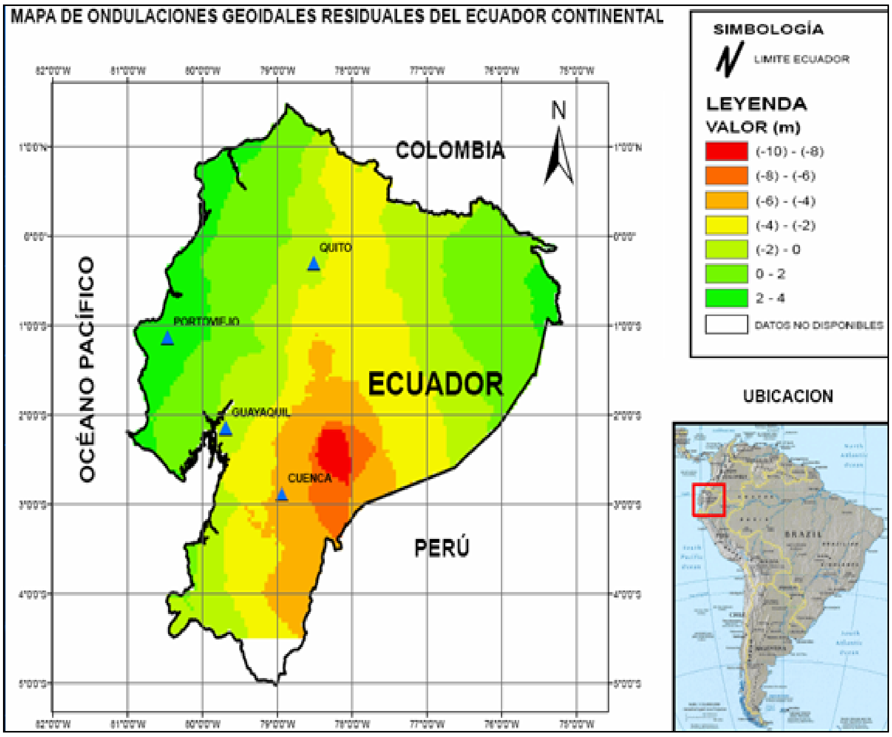

Figura 2. Mapa de Ondulaciones Geoidales Residuales

4. CONCLUSIONES

- La distribución de los datos se encuentra en forma irregular y dispersa, existiendo falta de los mismo principalmente en la parte del sur de Colombia, lo que va influir en los resultados obtenidos en el cálculo de las ondulaciones residuales.
- Los resultados obtenidos de las ondulaciones residuales respecto al cogeoide a partir de datos gravimétricos dispersos, nos indican según los datos estadísticos que la desviación estándar es de 2 metros. La contribución de las longitudes de onda media es del orden de los metros pudiendo llegar hasta los 4 m.
- Es necesario que se tenga datos batimétricos del océano pacífico para realizar las correcciones de las masas de las profundidades marinas y nuevamente volver a calcular el modelo geoidal gravimétrico
- Se continuarán con las investigaciones, especialmente para calcular el modelo geoidal del Ecuador Continental ya sea por métodos gravimétricos o por métodos satelitales.

EFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Catalao J. 2000. *Geodesia Física*, Lisboa, Portugal.
- Forsberg, R. 1994. ***Terrain Effects in Geoid Computations*.** In: Lectures Notes of the International School for the Determination and Use of the Geoid. International Geoid Service, Milan.
- Gemael, C. 1999. ***Introdução à Geodésia Física*.** Curitiba: UFPR
- Heinskanen, W& Moritz, H. 1985. *Geodesia Física*, Madrid, España..
- Ordoñez, P. 2007. *Determinación de Anomalías Residuales para el Ecuador Continerntal.* Tesis de grado. Carrera de Ingeniería Geográfica y del Medio Ambiente. Departamento de Ciencias de la Tierra y Construcción. ESPE, Sangolquí.
- Rapp, R. 1994. *The Use of Potential Coefficient Models in Computing Geoid Undulations***.** In: Lectures Notes of the International School for the Determination and Use of the Geoid. International Geoid Service, Milan, p. 71-100.
- Sandell, et. Al. 1997. Marine Gravity Anomaly from Geosat and ERS1 Satellite Altimetry. *Journal of Geophysical Research***,** v. 102, n.135, p. 1039-1054
- SJÖBERG, L. 1998. The Atmospheric Geoid and Gravity Corrections**.** *Bolletino di Geodesia e Scienze Affini,* Italia, n. 4, p. 421-435.
- SUBCOMISSÃO DE GRAVIDADE E GEÓIDE PARA SUL AMÉRICA – SGGSA. Disponível em: <ftp://geofis/ecuador/ecu.d> . Acceso em: 07 jun. 2000.
- Tierra A. (2003). *Cap2conceitos*, Quito, Ecuador.
- Tierra, A.;De Freitas, S.; Kirby, E. 2007. *El Modelo Digital de Variación Lateral de Densidades y el SRTM en el cálculo de las Anomalías de Bouguer*. UNESP. Brasil. V Coloquio de Ciencias Geodésicas Brasileiras. São Paulo.